Phys. Lab.

Oberlin College Library
JUL 8 1924
Not to be Drawn

Physikalische Zeitschrift

begründet von E. Riecke und H. Th. Simon

vereinigt mit dem

Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik

begründet von Johannes Stark

Herausgeber:

Prof. Dr. **P. Debye**, Prof. Dr. **F. Harms** und Prof. Dr. **R. Seeliger**

Die Physikalische Zeitschrift erscheint monatlich zweimal im Umfange von zwei bis vier Bogen und wird vierteljährlich für Goldmark 11.— postfrei geliefert. Für das Ausland beträgt der Preis $ 3.— vierteljährlich. Bestellungen nehmen jede Buchhandlung sowie die Verlagsbuchhandlung entgegen. Anzeigen werden für die einmal gespaltene Millimeterzeile mit Goldmark —.20, Beilagen mit Goldmark 60.— berechnet.

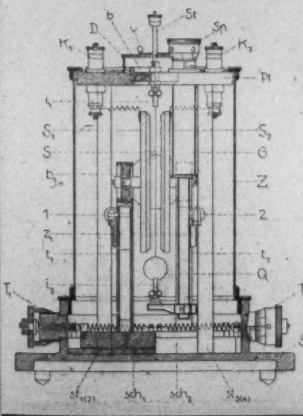
Alle Manuskripte und darauf bezügliche Zuschriften sind an Prof. Dr. F. Harms, Würzburg, Bismarckstr. 1, zu senden, mit Ausnahme der zusammenfassenden Berichte, deren Redaktion Prof. Dr. R. Seeliger, Greifswald, Loitzerstr. 43, führt. Büchersendungen und Anzeigen-Aufträge direkt an den

Verlag von **S. Hirzel** in Leipzig, Königstraße 2.

No. 12. Leipzig, 15. Juni 1924. No. 664. Printed in Germany. 25. Jahrgang.

Phys.-mech. Institut von Prof. Dr. M. Th. Edelmann & Sohn,

München.



Saiten-Elektrometer

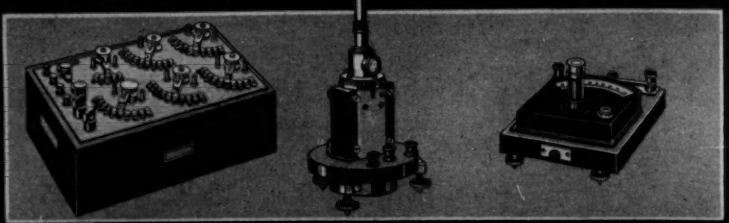
nach Lutz-Edelmann (neue Form).

C. W. Lutz, Physik. Zeitschrift, 24. Jahrgang. 1923. Seite 166—170.

Katalog 30, Spezialliste No. 32 über Saitengalvanometer und Registrierapparate, Spezialliste No. 31 über einfache Präzisionsschulapparate gratis und franko.

Mit einer Beilage von L. W. Seidel & Sohn in Wien, betreffend: Rothe, Einführung in die Tensorenrechnung.

Messbrücken u. Galvanometer
für Laboratorien und Betrieb



Verlangen Sie unsere Auszugsliste und Sonderlisten 56 VIII u. X

SIEMENS & HALSKE A.-G.
WERNERWERK, SIEMENSSTADT BEI BERLIN

ERZEUGNISSE UNSERER ABTEILUNG: PHYSIK

VOLLSTÄNDIGE EINRICHTUNGEN PHYSIKALISCHER LABORATORIEN HÖHERER SCHULEN ETC.
ORIGINAL-ERNECKE-KONSTRUKTIONEN.
SCHUL-PROJEKTIONS-APPARATE.
FUNKEN-INDUKTOREN.
RESONANZ-APPARATE NACH DR. SEIBT.
DEMONSTRATIONS-GALVANOMETER.
AUSARBEITUNG VON PATENTEN ETC.

SIGNALAPPARATEFABRIK
JULIUS KRÄCKER
AKTIENGESELLSCHAFT
BERLIN W. 57. BÜLOW-STR. 47.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 12. 15. Juni 1924. Redaktionsschluß für No. 13 am 5. Juli 1924. 25. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

M. Yamada, Über die Kristallformen und die Kristallgitter. S. 289.

F. J. v. Wiśniewski, Über die K-Anregungsgrenze der leichten Elemente. S. 297.

G. Joos, Nachtrag zu meiner Arbeit über den Einfluß eines Magnetfeldes auf die Polarisation des Resonanzlichts. S. 298.

L. S. Ornstein u. H. C. Burger, Die Polarisation des Resonanzlichts. S. 298.

I. I. Tichanowsky, Theorie der Bestimmung der Kapillarkonstanten der Flüssigkeiten durch die Methode der Ringabreißung. S. 299.

F. Kirchner, Ein einfacher Demonstrationsversuch der direkten Messung der Geschwindigkeit von Kathodenstrahlen. S. 302.

F. Kirchner, Zur Theorie des lichtelektrischen Effekts. S. 303.

H. Kienle, Kosmische Refraktion. S. 306.

Besprechungen:

Zur Besprechung von F. Auerbach, Entwicklungsgeschichte der modernen Physik. S. 307.

H. Kayser u. H. Konen, Handbuch der Spektroskopie. S. 307.

R. Haren, Aufgabensammlung zur Festigkeitslehre mit Lösungen. S. 308.

L. Prandtl, Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen. S. 308.

A. Haas, Einführung in die theoretische Physik. S. 308.

K. Hahn, Mathematische Physik. S. 309.

R. Henseling, Astronomie für Alle. S. 309.

A. Fraenkel, Einleitung in die Mengenlehre. S. 309.

P. Walden, Elektrochemie nichtwäßriger Lösungen. S. 310.

G. Tammann, Lehrbuch der heterogenen Gleichgewichte. S. 310.

F. Emde, Sinusrelief und Tangensrelief in der Elektrotechnik. S. 311.

Wavelength Tables for Spectrum Analysis. S. 311.

K. Mc Kready, Sternbuch für Anfänger. S. 311.

M. Born, Atomtheorie des festen Zustandes. S. 312.

Tagesereignisse. S. 312.

Personalien. S. 312.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Kristallformen und die Kristallgitter.

Von Mituo Yamada.

(Mit Tafel I.)

In einer früheren Arbeit[1]) habe ich eine Methode für die Berechnung der Oberflächenenergie der Kristalle entwickelt. Wenn das Kristallgitter und das Gesetz der atomaren Wirkung bekannt sind, so kann man die Oberflächenergie einer beliebigen Oberfläche berechnen und damit können auch die dem thermodynamischen Gleichgewichte entsprechende Kristallform sowie die Flächen der Spaltbarkeit theoretisch bestimmt werden. Umgekehrterweise können wir aus den Beobachtungen der Kristallform und der Spaltflächen wichtige Kenntnisse des Kristallgitters und der atomaren Wirkung ableiten. Einige Forscher haben kürzlich versucht, die atomaren Bindungskräfte in homöopolaren Kristallen durch die Annahme der heteropolaren Gitter, die aus Elektronen und positiven Ionen aufgebaut werden, zu erklären[2]). Für derartige Probleme sind die von uns gewonnenen Kenntnisse besonders wertvoll. Ich beabsichtige daher in der vorliegenden Arbeit die Oberflächenenergien für einige einfache Fälle unter gewissen Voraussetzungen über die atomaren Wirkungen zu berechnen, um klar zu stellen, ob die theoretisch zu erwartenden Kristallformen wirklich in der Natur vorkommen.

Wir stellen uns hier einige Kristalle, die aus Atomen einer Art aufgebaut werden, vor und nehmen ihre Strukturen als homöopolar an. Die Berechnungen sind für folgende vier Fälle ausgeführt worden: das einfache kubische Gitter, das kubisch flächenzentrierte Gitter, das kubisch raumzentrierte Gitter und das Diamantgitter. Das einfache kubische Gitter ist bis jetzt noch nicht in der Natur aufgefunden worden. Es stellt jedoch einen theoretisch recht interessanten Fall dar.

Was die atomaren Wirkungen anbetrifft, so setzen wir zunächst voraus, daß jedes Atom seine Wirkung nur auf seinesgleichen in nächster Nachbarschaft ausübt und die gegenseitige potentiale Energie zweier Atome immer vernachlässigt werden kann, die Fälle der am nächsten benachbarten Atompaare ausgenommen. Zweifellos ist diese Voraussetzung ganz frei von irgend einer detaillierten Annahme über die atomare Wirkung. Für unsere Betrachtungen ist eine nähere Kenntnis der atomaren Wirkung nicht besonders von Nutzen.

1) Diese Zeitschr. **24**, 364, 1923. In jener Arbeit haben wir vorausgesetzt, daß die Temperatur absolut Null und das umgebende Medium das Vakuum ist. Auch die vorliegende Arbeit ist unter genau den nämlichen Voraussetzungen ausgeführt worden.

2) F. Haber, Sitzungsber. d. Kgl. Preuß. Akad. d. Wiss. (1919), S. 506 u. 990; J. J. Thomson, Phil. Mag. **43**, 721, 1922 u. **44**, 657, 1922.

Man kann die Oberflächenenergie einer ebenen Fläche eines Kristalls aus der Arbeit, die fürs Schneiden des Kristalls durch jene Ebene erforderlich ist, berechnen. Wenn man die Oberflächenenergie einer Fläche P mit σ und die Schneidungsarbeit mit W bezeichnet, so ist

$$\sigma = \frac{W}{2F},$$

wobei F den Flächeninhalt der Schnittebene P bedeutet, so daß $2F$ dem gesamten Flächeninhalt der auf beiden Seiten von P erzeugten Oberflächen entspricht.

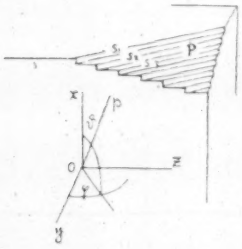


Fig. 1.

Man kann eine ebene Fläche P, die gegen die (1,0,0)-Fläche ein wenig geneigt ist, als eine aus vielen Stufen der (1,0,0)-Flächen aufgebaute treppenartige Fläche ansehen. Die Richtung der Stufenkanten s_1, s_2, s_3 ... wird durch das Azimut φ der Neigung der Fläche bestimmt. Die Höhe jeder Stufe d ist die Entfernung zwischen den benachbarten (1,0,0)-Atomschichten. Die Zahl der Stufen pro Höheneinheit ist $\frac{1}{d}$ und daher die pro Tiefeneinheit, wenn man mit ϑ den Neigungswinkel bezeichnet,

$$N = \frac{1}{d} \operatorname{tg} \vartheta.$$

Jeder Stufenkante muß eine Energiemenge, die wir „Stufenenergie" nennen, zugeschrieben werden. Die Oberflächenenergie der geneigten Fläche ist die Summe der Oberflächenenergie der Grundfläche (1,0,0) und der Stufenenergien aller Stufen. Daher erhalten wir, wenn wir die Stufenenergie pro Längeneinheit mit χ_φ bezeichnen,

$$\sigma_{\vartheta\varphi} = (\sigma_{100} + N\chi_\varphi)\cos\vartheta = \sigma_{100}\cos\vartheta + \frac{\chi_\varphi}{d}\sin\vartheta. \qquad (1)$$

Um die Stufenenergie zu berechnen, schneiden wir den Kristall zuerst durch die Ebene A_1B_1 und dann übertragen wir eine Halbschicht $B_1C_1C_2B_2$ von oberem zu unterem Teile. Aus Symmetriegründen ist es klar, daß die äußere Arbeit w nur dazu dient, die Halbschicht $B_1C_1C_2B_2$ von $A_1C_1C_2A_2$ zu trennen. Da diese Übertragung je eine Stufe auf der oberen und unteren Schnittfläche hervorruft, so ist die Stufenenergie pro Längeneinheit der Stufenkante

$$\chi_\varphi = \frac{w}{2L},$$

wobei L die Länge der Stufe bedeutet.

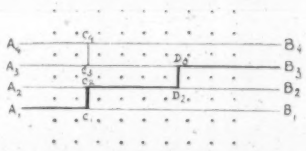


Fig. 2.

Wenn wir nochmals die Halbschicht $B_2D_2D_3B_3$ von oberem zu unterem Teile übertragen, um die zweite Stufe D_2D_3 zu machen, so ist dabei eine überschüssige Arbeit erforderlich, da wir eben $B_2D_2D_3B_3$ von dem keilförmigen Teile $A_1C_1C_2D_2D_3C_3C_4A_4$ trennen müssen. Wir nennen eine Hälfte von der dieser überschüssigen Arbeit entsprechenden Energie „gegenseitige Energie" der zwei Stufen C_1C_2 und D_2D_3. Ist aber der Bereich der atomaren Wirkung kleiner als C_2D_2, dann ist selbstredend keine überschüssige Arbeit nötig, so daß die gegenseitige Energie gleich null ist. Wenn die Neigung der geneigten Fläche klein ist, dann sind die Stufenkanten weit voneinander entfernt. Folglich kann man bis zu einem Grenzwerte von ϑ die gegenseitigen Energien der Stufen außer acht lassen. Somit ist die Formel (1) anwendbar.

In ähnlicher Weise kann eine Stufe des Azimutes φ als eine zickzackförmige Stufe, die aus vielen, $\varphi = 0$ entsprechenden Stufen besteht, angesehen werden. Jedem Stufenknickpunkte muß eine Energiemenge, die einer Hälfte der fürs Schneiden einer linearen Atomenreihe in zwei Teile erforderlichen Arbeit gleichkommt, zugeschrieben werden. Wir nennen diese „Energie des Stufenknickpunktes" und bezeichnen sie mit ε. Die Stufenenergie kann als Summe der Stufenenergie der Grundstufe und der Energien aller Knickpunkte betrachtet werden. Man kann daher χ in der Form

$$\chi_\varphi = \chi_0 \cos\varphi + \frac{\varepsilon}{d}\sin\varphi \qquad (2)$$

ausdrücken, wobei χ_0 eine $\varphi = 0$ entsprechende Stufenergie bedeutet. Wenn φ groß und die Entfernung zwischen benachbarten Knickpunkten

kleiner als der atomare Wirkungsbereich ist, so müssen wir die „gegenseitige Energie zweier Stufenknickpunkte" in Betracht ziehen. Aber bis zu einem Grenzwerte von φ kann man sie außer acht lassen.

Aus (1) und (2) erhält man ohne weiteres

$$\sigma = \sigma_{100} \cos\vartheta + \frac{\chi_0}{d} \sin\vartheta \cos\varphi + \frac{\varepsilon}{d^2} \sin\vartheta \sin\varphi, \tag{3}$$

eine Formel, welche in einem gewissen Bereiche von ϑ und φ anwendbar ist. Wenn man σ geometrisch durch die Längen derjenigen Fahrstrahlen, die von einem Punkte, d. i. dem Wulffschen Mittelpunkte, aus zu den entsprechenden geneigten Flächen senkrecht gezogen werden, darstellt, so beschreiben die Endpunkte jener Fahrstrahlen eine Kugelfläche[1]). Man ersieht diese Tatsache leicht aus (3), da diese als die sich auf Polarkoordinaten beziehende Gleichung einer Kugelfläche, die durch den Ursprung geht, gedeutet werden kann. Nehmen wir hier die tetragonalen Symmetrieachsen als rechtwinklige Koordinatenachsen, wie in Fig. 1, so sind

$$\cos\vartheta, \quad \sin\vartheta\cos\varphi, \quad \sin\vartheta\sin\varphi$$

die drei Richtungskonstanten der Fahrstrahlen und man erkennt leicht auch, daß der Punkt

$$x = \sigma_{100}, \quad y = \frac{\chi_0}{d}, \quad z = \frac{\varepsilon}{d^2}$$

der Antipol gegen o ist.

I. Einfaches kubisches Gitter.

An diesem Gitter ist jedes Atom von 6 nächstgelegenen Atomen umgeben worden. Wir können leicht den Wert von σ_{100} berechnen. Man stelle sich hier zweckmäßigerweise einen Faden zwischen je zwei benachbarten Atomen vor, um über die atomare Bindungskraft zwischen ihnen ins klare zu kommen. Dann kann man die Arbeit, die für das Schneiden des Kristalls erforderlich ist, eben als Arbeit beim Zerreißen eines Systems der Fäden ansehen. Wenn wir den Kristall durch eine (1,0,0)-Ebene schneiden, so ist die Zahl der Fäden, die dabei durchschnitten werden, $\frac{1}{\delta^2}$ pro ihrer Flächeneinheit, wobei δ die Gitterkonstante bedeutet. Bezeichnet man mit e die gegenseitige Potentialenergie zweier benachbarter Atome, die der Gitterstabilität halber natürlich negativ ist, so ist e diejenige Arbeit, welche diese Atome voneinander zu entfernen, d. h. einen Faden zwischen ihnen zu reißen, erforderlich ist. Folglich ist die Schneidungsarbeit für diese Ebene

$$\frac{1}{\delta^2} e$$

pro ihrer Flächeneinheit. Daher ist die Oberflächenenergie der (1,0,0)-Fläche

$$\sigma_{100} = \frac{1}{2\delta^2} e.$$

Die Arbeit, die eine (1,0,0)-Atomschicht durch eine, dem Azimut $\varphi = 0$ entsprechende Gerade zu schneiden erforderlich ist, kann ähnlicherweise berechnet werden. Man erhält leicht $\frac{1}{\delta} e$ pro Längeneinheit, so daß die Stufenenergie für $\varphi = 0$

$$\chi_0 = \frac{1}{2\delta} e$$

ist. Die Energie eines Stufenknickpunktes ist

$$\varepsilon = \frac{e}{2},$$

da die Arbeit, die eine lineare Atomenreihe in zwei Teile zu schneiden nötig ist, selbstverständlich e ist. Wir erhalten daher aus (3)

$$\left.\begin{aligned} \sigma = \frac{1}{2\delta^2} e \cos\vartheta + \frac{1}{2\delta^2} e \sin\vartheta \cos\varphi + \\ + \frac{1}{2\delta^2} e \sin\vartheta \sin\varphi. \end{aligned}\right| \tag{4_1}$$

Nun müssen wir den Bereich von ϑ und φ, in welchem (4_1) anwendbar ist, vorsichtig untersuchen. Die Formel (2) ist anwendbar, wenn φ zwischen o und $\frac{\pi}{4}$ liegt, da in diesem Bereiche die gegenseitigen Energien der Stufenknickpunkte nicht in die Berechnung von χ eintreten. Im Falle von $\varphi = 0$ ist (1) zweifellos anwendbar, wenn ϑ zwischen o und $\frac{\pi}{4}$ liegt, da in diesem Bereiche die gegenseitigen Energien der Stufen nicht in die Berechnung von σ eintreten. In anderem Azimute beschränken wir zunächst den Grenzwert von ϑ in der Weise, daß die am stärksten geneigte Fläche einer digonalen Symmetrieachse parallel ist. Im Falle von $\varphi = \frac{\pi}{4}$ ist die Fläche der größten Neigung senkrecht zu einer trigonalen Symmetrieachse, und der Wert von ϑ ist $\arccos \frac{1}{\sqrt{3}}$. Bei jeder Neigung unter diesem Grenzwerte mischen sich die gegenseitigen Energien der Stufen niemals in die Berechnung von σ ein. Daher ist die Anwendbarkeit von (4_1) gerechtfertigt. Der hier betrachtete Bereich von ϑ und φ ist ein Raumwinkel q_1 in Fig. 3, der ein Sechstel eines Oktanten ist. Im diesem Bereiche wird σ durch eine Kugelfläche von (4_1) dargestellt. Aus Symmetriegründen überzeugt man sich mit

[1]) Vgl. P. Ehrenfest, Ann. d. Phys. **48**, 360, 1914.

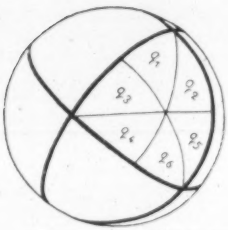


Fig. 3.

Leichtigkeit davon, daß σ auch in anderen Bereichen q_2, q_3,... durch ganz identische Kugelflächen dargestellt wird. So wird σ im ganzen durch eine Gruppe der 48 Teilkugeln repräsentiert.

Wir müssen aber hier berücksichtigen, daß all die Teilkugeln für q_1, q_2,... q_6 durch einen und denselben Punkt

$$x = \frac{1}{2\delta^2} e, \quad y = \frac{1}{2\delta^2} e, \quad z = \frac{1}{2\delta^2} e$$

als den Antipol gegen O durchgehen. So sind diese sechs Teilkugeln nichts anderes als die verschiedenen Teile einer und derselben Kugel,

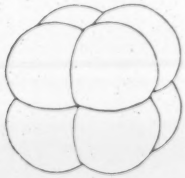


Fig. 4.

und jedem Oktanten entspricht eine Teilkugel, so daß die σ-Fläche aus 8 Teilkugeln besteht. So bildet sich längs der Schnittlinie zweier benachbarter Teilkugeln je eine scharfe Vertiefung „Tal", und an jedem Schnittpunkte, wo sich vier Teilkugeln aneinander legen, ein spitzes Loch „Grube".

Da der Wert der Oberflächenenergie bekannt ist, kann man die Kristallform durch die Wulffsche Methode konstruieren. Wenn man nämlich an jedem Endpunkte der Fahrstrahlen der σ-Fläche eine senkrechte Ebene macht, dann stellt das innerste, von diesen Ebenen umhüllte Polyeder, das Wulffsche Polyeder, die Kristallform dar. In diesem Falle ist das Wulffsche Polyeder ein Würfel, der von den, den sechs Grubenspitzen entsprechenden Ebenen umhüllt ist. Diese sechs Ebenen schneiden die tetragonalen Symmetrieachsen senkrecht in der Entfernung $\frac{1}{2\delta^2} e$ von O. Die übrigen Ebenen gehen durch einen oder durch zwei benachbarte von den acht Punkten

$$x = \pm\frac{1}{2\delta^2} e, \quad y = \pm\frac{1}{2\delta^2} e, \quad z = \pm\frac{1}{2\delta^2} e,$$

nämlich eine Ecke oder eine Kante des Würfels hindurch, und sie können nicht auf dem Wulffschen Polyeder erscheinen.

Der Kristall hat daher eine kubische Form. Die Spaltung, die wir an den Minima der Oberflächenenergie erwarten[1]), wird somit auch an den Würfelflächen auftreten.

II. Kubisch flächenzentriertes Gitter.

An diesem Gitter ist jedes Atom von 12 nächstgelegenen Atomen umgeben. Die Zahl der Fäden, die durch eine (1,0,0)-Ebene durchschnitten werden, ist 4 pro Flächeninhalt $\left(\frac{\delta}{\sqrt{2}}\right)^2$ der Schnittebene, und folglich $\frac{8}{\delta^2}$ pro ihrer Flächeneinheit, so daß

$$\sigma_{100} = \frac{4}{\delta^2} e$$

ist, wobei δ die Gitterkonstante bedeutet. Ähnlicherweise erhalten wir

$$\chi_0 = \frac{1}{\delta} e,$$

und auch

$$\varepsilon = 0.$$

Führt man diese Werte in (3) ein und berücksichtigt, daß $d = \frac{\delta}{2}$, so ergibt sich

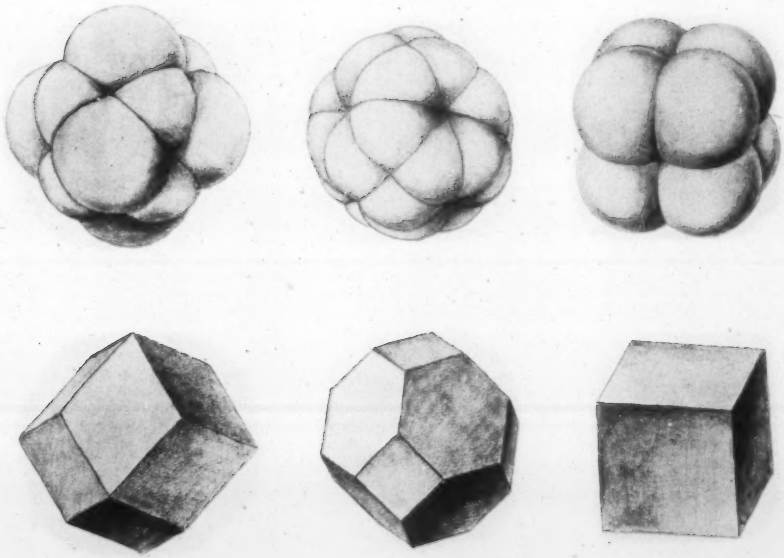
$$\sigma = \frac{4}{\delta^2} e \cos\vartheta + \frac{2}{\delta^2} e \sin\vartheta \cos\varphi. \qquad (4_2)$$

Die Formel (2) ist anwendbar, wenn φ zwischen 0 und $\frac{\pi}{4}$ liegt, und (1) ist bis zu der Grenzneigung, die wir schon in I dargelegt haben, gültig. Daher kann man (4_2) in einem Bereiche q_1 anwenden, und die σ-Fläche besteht aus 48 Teilkugeln. Die Teilkugel für den Bereich q_2 stimmt aber mit der für q_2 ganz überein, da diese zwei Kugeln aus Symmetriegründen einen und denselben Antipol gegen O

$$x = \frac{4}{\delta^2} e, \quad y = \frac{2}{\delta^2} e, \quad z = 0$$

haben. Die Zahl der Teilkugeln ist daher 24, von denen jede einem Bereich wie Q entspricht. Auf jeder tetragonalen Symmetrieachse schneiden

1) Vgl. meine vormalige Arbeit, § 4, l. c.



Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

OBERLIN
COLLEGE
LIBRARY

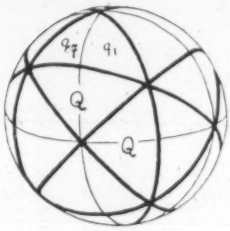


Fig. 5.

sich je vier und auf jeder trigonalen Symmetrieachse je sechs Teilkugeln. An den dadurch erzeugten Schnittpunkten kommt jedesmal eine Grubenspitze zur Bildung.

In diesem Falle ist das Wulffsche Polyeder ein Kubooktaeder. Es besteht nämlich aus sechs Würfelflächen, die den Grubenspitzen auf den tetragonalen Symmetrieachsen entsprechen, und acht Oktaederflächen, die den Grubenspitzen auf den trigonalen Symmetrieachsen entsprechen. Die Entfernung zwischen O und den Würfelflächen ist

$$\sigma_{100} = \frac{4}{\delta^2} e,$$

und die zwischen O und den Oktaederflächen läßt sich aus (4_2) berechnen, indem wir

$$\vartheta = \arccos \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad \varphi = \frac{\pi}{4}$$

setzen. Wir erhalten dafür

$$\sigma_{111} = \frac{2\sqrt{3}}{\delta^2} e.$$

Den letzten Wert kann man auch unmittelbar durch die Berechnung der Schneidungsarbeit für (1,1,1)-Ebene erhalten.

Der Kristall hat daher eine kubooktaedrische Form, wie in Fig. 6 abgebildet. Die Spaltung

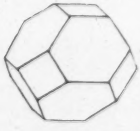


Fig. 6.

wird auch an der Würfel- und Oktaederfläche auftreten. Aber das Minimum von σ an dieser ist schärfer als das an jener, so daß sich eine vollkommene Spaltung eher an den Oktaederflächen erwarten läßt.

III. Kubisch raumzentriertes Gitter.

In diesem Gitter ist jedes Atom von 8 nächstgelegenen umgeben. Die Zahl der Fäden, die durch die (1,0,0)-Ebene durchschnitten werden, ist 4 pro Flächeninhalt δ^2 der Schnittebene und folglich $\frac{4}{\delta^2}$ pro ihrer Flächeneinheit, so daß

$$\sigma_{100} = \frac{2}{\delta^2} e$$

ist, wobei δ die Gitterkonstante ausdrückt. Ähnlicherweise erhalten wir

$$\chi_0 = 0,$$

und

$$\varepsilon = 0.$$

Setzt man diesen Wert in (3) ein, so resultiert daraus

$$\sigma = \frac{2}{\delta^2} e \cos\vartheta. \qquad (4_3)$$

Die Formel (2) ist anwendbar, ähnlich wie in I und II, wenn φ zwischen 0 und $\frac{\pi}{4}$ liegt. Wir müssen aber den Grenzwert von ϑ derart beschränken, daß die am stärksten geneigte Fläche mit einer trigonalen Symmetrieachse parallel läuft. Geht die Neigung über diesen Grenzwert hinaus, so müssen wir die gegenseitigen Energien der Stufen in Betracht ziehen. Der dabei beschränkte Bereich von ϑ und φ ist q_1^1, in Fig. 7, und die übrigen $q_2^1, q_3^1, \ldots$

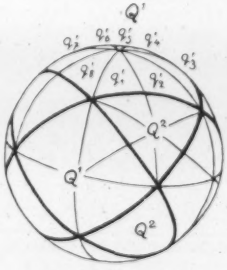


Fig. 7.

spielen auch genau die nämliche Rolle wie q_1^1. Diesen Bereichen entsprechen identische Teilkugeln. Man sieht aber, daß alle Teilkugeln für $q_1^1, q_2^1 \ldots q_8^1$ denselben Antipol gegen O

$$x = \frac{2}{\delta^2} e, \quad y = 0, \quad z = 0$$

haben. So stimmen die acht Teilkugeln miteinander ganz überein und jedem viereckigen Bereiche wie Q^1 entspricht eine Teilkugel.

Diese Tatsache läßt sich leicht begreifen. In diesem Falle ist χ immer gleich null wie χ_0 und ε. Somit hängt σ nur von ϑ ab. Die Formel (4_3) ist daher in dem Bereiche Q^1 auf alle Azimute anwendbar.

Um für die dreieckigen Bereiche wie Q^2, wovon oben noch nicht die Rede war, den Wert von σ zu berechnen, ist es zweckmäßig, die (1,1,1)-Fläche für die Grundfläche zu nehmen[1]). In der (1,1,1)-Atomschicht stellen die Atome sich in einer triangulären Verteilung. Wir bezeichnen mit ϑ die Neigung der Flächen in bezug auf die (1,1,1)-Fläche. Die Oberflächenenergie der (1,1,1)-Fläche kann unmittelbar aus der entsprechenden Schneidungsarbeit berechnet werden. Wir erhalten demnach

$$\sigma_{111} = \frac{\sqrt{3}}{\delta^2}\,\varepsilon.$$

Da die Atome in einer (1,1,1) Atomschicht nicht miteinander verbunden sind, so ist

$$\chi = 0$$

von dem Azimute unabhängig. Hieraus erhellt

$$\left.\begin{aligned} \sigma &= \sigma_{111}\cos\vartheta, \\ &= \frac{\sqrt{3}}{\delta^2}\cos\vartheta. \end{aligned}\right| \quad (5_3)$$

Die entsprechende σ-Fläche geht durch den Punkt, der auf der trigonalen Symmetrieachse in der Entfernung $\frac{\sqrt{3}}{\delta^2}$ von O liegt, d. h.

$$x = \frac{1}{\delta^2}\,\varepsilon, \quad y = \frac{1}{\delta^2}\,\varepsilon, \quad z = \frac{1}{\delta^2}\,\varepsilon$$

hindurch, und dieser Punkt ist der Antipol gegen O.

Wir können den Bereich der Anwendbarkeit von (5_3) in folgender Weise bestimmen. A ist ein Atom in einer (1,1,1)-Atomschicht und B_1, B_2, B_3 sind die in der nächsten Atomschicht. Wir beschränken den Grenzwert von ϑ dermaßen, daß für jeden Azimut die am größten geneigte Fläche der Geraden AB_1, AB_2 oder AB_3 parallel ist. In diesem Bereiche treten die gegenseitigen Energien der Stufen nicht in die Berechnung von σ ein. Dieser Bereich ist einer der dreieckigen Bereiche Q^2...

Die σ-Fläche besteht aus 6 Teilkugeln erster Art und 8 Teilkugeln zweiter Art, wobei zwölf Grubenspitzen auf den digonalen Symmetrieachsen erscheinen. Das Wulffsche Polyeder ist ein rhombisches Dodekaeder. Die Entfernung seiner Flächen von O kann aus (4_3) berechnet werden, indem man

$$\vartheta = \frac{\pi}{4}$$

setzt. Man erhält also

$$\sigma_{110} = \frac{\sqrt{2}}{\delta^2}\,\varepsilon.$$

Aus (5_3) kann man auch denselben Wert erhalten, wenn man

$$\frac{\pi}{2} - \vartheta = \arccos\frac{1}{\sqrt{3}}$$

setzt. Die unmittelbare Berechnung aus der Schneidungsarbeit führt auch zu demselben Werte.

Der Kristall hat daher eine rhombisch-dodekaedrische Form. Die Spaltung ist auch an den Flächen dieses Polyeders zu erwarten.

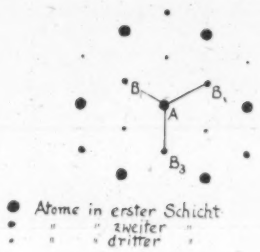


Fig. 8.

IV. Diamantgitter.

In diesem Falle ist die Verteilung der Atome etwas kompliziert, somit ist die mathematische Bestimmung der σ-Fläche sehr mühsam. Ich möchte daher die Oberflächenenergie nur für einige spezielle Flächen berechnen.

Durch unmittelbare Berechnung aus der Schneidungsarbeit erhalten wir[1])

$$\sigma_{100} = \frac{4}{\delta^2}\,\varepsilon, \quad \sigma_{110} = \frac{4}{\sqrt{2}\,\delta^2}\,\varepsilon, \quad \sigma_{111} = \frac{4}{\sqrt{3}\,\delta^2}\,\varepsilon,$$

wobei δ die Gitterkonstante bedeutet. Wir müssen aber hier bemerken, daß die Zwischenräume der (1,1,1)-Atomschichten abwechselnd klein und groß sind. Somit erhalten wir zwei Werte für σ_{111}. Obiger Wert ist der kleinere.

Da diese drei Werte im Verhältnisse von $1, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}$ sind, so ist das Wulffsche Polyeder ein Oktaeder. Freilich ist diese Prüfungrechnung

1) Wir stellen uns ein prismatisches Kristallstück vor, dessen Achse einer trigonalen Symmetrieachse parallel ist. Der Querschnitt ist die (1,1,1)-Fläche, die wir für die Grundfläche nehmen, und wir betrachten andere geneigte Flächen aus den Stufen der (1,1,1)-Flächen gebildet zu sein.

1) P. P. Ewald hat die Spaltung des Diamanten in dieser Weise untersucht. Ann. d. Phys. **44**, 657, 1914.

eine ungenügende, trotzdem bleibt aber dieser Schluß zu Recht bestehen.

Man kann daher eine oktaedrische Kristallform und die Spaltung an den Oktaederflächen erwarten.

Bis jetzt haben wir vorausgesetzt, daß jedes Atom nur auf seine nächsten Nachbarn wirkt. Nun wollen wir unsere Voraussetzung sofern erweitern, als jedes Atom bis in seine zweitnächstgelegenen wirksam ist.

I'. Einfaches kubisches Gitter.

Wir stellen uns jede zwei zweitnächst gelegenen Atome durch einen Faden verbunden vor und bezeichnen mit ε' die Reißarbeit eines Fadens, die der gegenseitigen Potentialenergie $-\varepsilon'$ dieser Atome entspricht. Wir wollen derartige Fäden „sekundäre Fäden" nennen, im Gegensatz zu den „primären", die, wie ich schon bemerkte, die nächstgelegenen Atome miteinander verbinden.

Ein System der Atome, die miteinander durch die sekundären Fäden verbunden werden, bildet ein kubisch flächenzentriertes Gitter, und das ganze System eines einfachen kubischen Gitters besteht aus zwei sekundären Gittern. Wenn man mit δ die Gitterkonstante des ganzen Gitters bezeichnet, so ist 2δ die der zwei sekundären Gitter.

Wenn man den Kristall durch eine Ebene schneidet, kann man die Schneidungsarbeit in drei Teile zerlegen. Der erste ist die Reißarbeit der primären Fäden, der zweite ist die der einem sekundären Gitter zugehörigen und der dritte endlich ist die der dem anderen sekundären Gitter zugehörigen sekundären Fäden. Dementsprechend kann man die Oberflächenenergie als die Summe dreier Teile ansehen. Der erste σ_{prim} ist schon in I berechnet worden und die übrigen zwei σ_{sec} aus (4_2) in II berechenbar. Wir erhalten daher

$$\sigma = \sigma_{\text{prim}} + 2\,\sigma_{\text{sec}},$$

wobei für q_1 in Fig. 3

$$\sigma_{\text{prim}} = \frac{1}{2\delta^2}\,\varepsilon\cos\vartheta + \frac{1}{2\delta^2}\,\varepsilon\sin\vartheta\cos\varphi + \frac{1}{2\delta^2}\,\varepsilon\sin\vartheta\sin\varphi,$$

$$\sigma_{\text{sec}} = \frac{4}{(2\delta)^2}\,\varepsilon'\cos\vartheta + \frac{2}{(2\delta)^2}\,\varepsilon'\sin\vartheta\cos\varphi.$$

Die σ-Fläche macht sich auch mit Hilfe von drei Komponentenflächen leicht ersichtlich. Neben sechs Gruppenspitzen auf den tetragonalen Symmetrieachsen erscheinen auch acht Spitzen auf den trigonalen Symmetrieachsen. Diese Spitzen sind nämlich Vertiefungen oder Erhöhungen, je nachdem ε' positiv oder negativ ist. Wenn ε' positiv ist, so ist die Kristallform ein Würfel, dessen acht Ecken durch Oktaederflächen abgeschnitten werden. Wenn ε' hingegen negativ ist, so ist die Kristallform ein vollkommener Würfel. Die Spaltung wird an den Würfelflächen und Oktaederflächen oder nur an jenen erwartet. Ihre Vollkommenheit hängt eben von dem Verhältnisse $\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$ ab.

II'. Kubisch flächenzentriertes Gitter.

In diesem Falle sind die sekundären Gitter einfach kubisch, und das ganze System eines kubisch flächenzentrierten Gitters besteht aus vier sekundären Gittern. Ihre Gitterkonstante ist der des ganzen Gitters δ gleich.

Man erhält sogleich

$$\sigma = \sigma_{\text{prim}} + 4\,\sigma_{\text{sec}},$$

wobei für q_1 in Fig. 5

$$\sigma_{\text{prim}} = \frac{4}{\delta^2}\,\varepsilon\cos\vartheta + \frac{2}{\delta^2}\,\varepsilon\sin\vartheta\cos\varphi,$$

$$\sigma_{\text{sec}} = \frac{1}{2\delta^2}\,\varepsilon'\cos\vartheta + \frac{1}{2\delta^2}\,\varepsilon'\sin\vartheta\cos\varphi + \frac{1}{2\delta^2}\,\varepsilon'\sin\vartheta\sin\varphi.$$

Vierzehn Grubenspitzen erscheinen, in gleicher Weise wie vorher, auf den trigonalen und tetragonalen Symmetrieachsen. Aber die Schärfe der auf den tetragonalen Achsen erscheinenden Spitzen hängt von dem Vorzeichen von ε' ab. Die Kristallform ist, wie in II, ein Kubooktaeder, dessen Würfelfläche sich relativ vergrößert oder verkleinert, je nachdem ε' positiv oder negativ ist. Die Spaltung, deren Vollkommenheit von $\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$ abhängt, wird auch an seinen Flächen erwartet.

III'. Kubisch raumzentriertes Gitter.

An diesem Gitter sind die sekundären Gitter einfach kubisch, und das ganze System eines kubisch raumzentrierten Gitters besteht aus zwei sekundären Gittern. Ihre Gitterkonstante ist der des ganzen Gitters δ gleich.

Man erhält also

$$\sigma = \sigma_{\text{prim}} + 2\,\sigma_{\text{sec}},$$

wobei für q_1' in Fig. 7

$$\sigma_{\text{prim}} = \frac{2}{\delta^2}\,\varepsilon\cos\vartheta,$$

$$\sigma_{\text{sec}} = \frac{1}{2\delta^2}\,\varepsilon'\cos\vartheta + \frac{1}{2\delta^2}\,\varepsilon'\sin\vartheta\cos\varphi + \frac{1}{2\delta^2}\,\varepsilon'\sin\vartheta\sin\varphi,$$

und für Q^2

$$\sigma_{\text{prim}} = \frac{\sqrt{3}}{\delta^2} e \cos\zeta,$$

$$\sigma_{\text{sec}} = \frac{\sqrt{3}}{\delta^2} e' \cos\zeta.$$

Diese letzte Formel kann man erhalten, wenn man bei der Berechnung von σ des einfachen kubischen Gitters die (1,1,1)-Fläche zur Grundfläche nimmt.

Auf die digonalen Symmetrieachsen erscheinen zwölf Grubenspitzen wie vorher. Auf tetragonalen Symmetrieachsen erscheinen sechs Spitzen, die als Vertiefungen oder Erhöhungen zum Vorschein kommen, je nachdem e' positiv oder negativ ist.

Wenn e' positiv ist, so ist die Kristallform ein rhombisches Dodekaeder, dessen secks Ecken durch die Würfelfläche abgeschnitten werden. Wenn e' hingegen negativ ist, so ist sie ein vollkommenes rhombisches Dodekaeder. Die Spaltung, deren Vollkommenheit von $\frac{e'}{e}$ abhängt, ist auch an seinen Flächen zu erwarten.

IV'. Diamantgitter.

In diesem Falle sind die sekundären Gitter kubisch flächenzentriert, und das ganze System eines Diamantgitters besteht aus zwei sekundären Gittern. Auf Grund der Ausführungen in IV und II sieht man ein, daß die Kristallform ein Oktaeder ist, sowie daß seine Ecken ein wenig durch die Würfelflächen abgeschnitten werden, wenn e' positiv ist. Die vollkommene Spaltung wird hier an den Oktaederflächen erwartet, und damit auch die unvollkommene an den Würfelflächen, wenn e' positiv ist.

Nun wollen wir sehen, wieweit unsere Berechnungen mit den Erfahrungen übereinstimmen. Hier stellt sich uns zunächst eine große Schwierigkeit entgegen. Unsere Berechnungen sind gemacht für denjenigen Fall, in welchem die Temperatur die absolute Null und das umgebende Medium das Vakuum darstellt. Der Einfluß der Temperatur könnte vermutlich nicht so groß sein, daß er die Kristallformen gänzlich verändert, der des umgebenden Mediums hingegen darf auf keinen Fall ignoriert werden. Nur in dem Falle, in welchem der Kristall durch das Sublimationsverfahren gebildet wird, können unsere Bedingungen annähernd erfüllt werden. Andererseits sind die Spaltungsflächen vom umgebenden Medium nicht abhängig. Jedenfalls sind aber bis jetzt nur wenige sichere Versuchsergebnisse zutage gefördert worden.

Folgende Tabelle, die ich der Chemischen Kristallographie von Groth entnehme, enthält einige glaubwürdige Daten.

Tabelle[1]).

	Beobachtete Kristallflächen	Kristallisierungsverfahren	Spaltflächen oder Gleitflächen
Cu	(111)	Sublimation	(111)
Ag	(111), (100)	Sublimation	(111)
Au	(111), (100)	Sublimation	(111)
Pt	(111), (110)	kristallisiert in geglühten Drähten	—
Pb	(111), (100)	Sublimation	(111)
Fe	(111), (100)	Sublimation	(100)
Diamant	(111)	Moissansche Versuche	(111)

Man sieht aus dieser Tabelle, daß bei den Kristallen des kubisch flächenzentrierten Gitters nur die Oktaeder- und Würfelflächen auftreten, und zwar hauptsächlich die ersteren. Die Spaltungen dieser Kristalle und des Diamanten treten auch an den Oktaederflächen auf. Diese Beispiele stimmen mit unseren Resultaten völlig überein. Freilich kann man daraus nicht die homöopolare Struktur dieser Kristalle folgern, da derartige Kristallformen und Spaltungen auch bei anderen heteropolaren Strukturen vorkommen mögen. Es ist aber bemerkenswert, daß diese Beispiele unter der Voraussetzung der homöopolaren Strukturen erklärt werden können. Es sei ferner bemerkt, daß das von einigen Forschern vorgeschlagene, steinsalzartige heteropolare Gitter der einwertigen Metalle mir schwer annehmbar scheint, da ein derartiges Gitter vermutlich eine kubische Kristallform bietet.

Der Eisenkristall macht eine Ausnahme, die mit unserem Resultate nicht übereinstimmt. Und leider ist dieser das einzige Beispiel für das kubisch raumzentrierte Gitter. Das Eisen hat aber zwei Phasenumwandlungspunkte bei den Temperaturen 900° C und 1410° C, zwischen denen sein Kristallgitter kubisch flächenzentriert ist. Wir müssen daher sehr vorsichtig sein, daraus irgendeinen bestimmten Schluß zu ziehen. Ob dieses Beispiel auf eine heteropolare Struktur des Eisenkristalls oder überhaupt aller metallischen Kristalle hinweist oder nicht, kann nur durch vorsichtige Versuche aufgeklärt werden.

1) In den Fällen von *Cu*, *Ag*, *Au* und *Pb*, wobei die Spaltflächen noch nicht klar gemacht worden sind, haben wir die sogenannten Gleitflächen an ihre Stellen eingeführt.

Sendai, 25. Dezember 1923.

(Eingegangen 18. Februar 1924.)

Über die K-Anregungsgrenze der leichten Elemente.

Von Felix Joachim v. Wiśniewski.

In der im Jahre 1923 in dieser Zeitschrift veröffentlichten Arbeit hat Herr Holtsmark[1]) darauf aufmerksam gemacht, daß die K-Anregungsgrenzen der leichten Elemente, nämlich des Heliums (He), des einfach ionisierten Lithiums ($Li^{\cdot}$), des zweifach ionisierten Berylliums ($Be^{\cdot\cdot}$), des dreifach ionisierten Bors ($B^{\cdot\cdot\cdot}$) und des vierfach ionisierten Kohlenstoffes ($C^{\cdot\cdot\cdot\cdot}$) angenähert bei dreiviertel des Wertes liegen, der diesen Elementen durch Extrapolation der für höhere Elemente bestimmten K-Grenze zuzuschreiben wäre.

Es muß bemerkt werden, daß für Kohlenstoff die beiden K-Grenzen beobachtet sind.

Da nach der Bohrschen Theorie bei der Erregung zur Emission der K_α-Linie ein Elektron aus der einquantigen Bahn auf eine höherquantige gebracht wird, so sieht Herr Holtsmark den Grund dieser Diskrepanz bei den leichten Elementen in der Tatsache, daß wenn die zweiquantige Bahn nicht vollbesetzt ist, das einquantige Elektron auf die zweiquantige Bahn springen kann, während im Falle, daß diese Bahn vollbesetzt ist, das Elektron aus der einquantigen Bahn in eine höher als zweiquantige springen muß, um die K_α-Linie zu erregen.

In dem ersten Falle fällt die K-Grenze mit der K_α-Linie zusammen, in dem zweiten aber ist die K-Grenze größer als die K_α-Linie.

Da aber für die hier besprochenen Elemente zweiquantige Elektronen fehlen, so fällt die K_α-Grenze mit der K_α-Linie zusammen, während bei den höheren Elementen, wo die zweiquantigen Bahnen vollbesetzt sind, die K-Grenze größer als die K_α-Linie sein muß.

Unten will ich zeigen, daß diese Deutung der K-Anregungsgrenze für die leichten Elemente (He, $Li^{\cdot}$, $Be^{\cdot\cdot}$, $B^{\cdot\cdot\cdot}$, $C^{\cdot\cdot\cdot\cdot}$) durch eine andere ersetzt werden kann, die zu einem mit der Erfahrung übereinstimmenden Ausdruck für das K-Anregungspotential führt.

Wir behaupten also, daß das K-Anregungspotential der genannten Elemente gleich ist dem Ionisationspotentiale dieser Elemente, wenn im Anfangszustande die beiden Elektronen nicht auf einer einquantigen, sondern auf einer zweiquantigen Bahn kreisen.

Um diese Behauptung zu beweisen, nehmen wir mit Bohr an, daß die beiden Elektronen den Kern diametral zueinander umkreisen in gleichem Abstande und auf gleicher Kreisbahn.

Wenn man mit a den Radius der Kreisbahn und mit ω die Winkelgeschwindigkeit der Elektronen bezeichnet, so erhält man durch Gleichsetzen der Zentrifugalkraft $m \cdot a \cdot \omega^2$ jedes Elektrons mit der auf dieses Elektron wirkenden elektrischen Kraft

$$\left(Z - \frac{1}{4}\right)\frac{e^2}{a^2}$$

folgende Gleichung:

$$m \cdot a \cdot \omega^2 = \left(Z - \frac{1}{4}\right)\frac{e^2}{a^2}$$

m ist gleich der Masse des Elektrons.

Aus dieser Gleichung und aus der Quantenbedingung:

$$m \cdot a^2 \cdot \omega = s \cdot \frac{h}{2\pi} \qquad (s = 1, 2, 3, \ldots)$$

erhalten wir:

$$a = \frac{s^2 \cdot h^2}{m \cdot \pi^2 \cdot e^2 \cdot (4Z - 1)}$$

$$a \cdot \omega = \frac{\pi \cdot e^2 \cdot (4Z - 1)}{2s \cdot h}$$

Durch Einsetzen dieser Werte von a und ω in den Ausdruck

$$W = m a^2 \cdot \omega^2 - \frac{2Ze^2}{a} + \frac{e^2}{2a}$$

der totalen Energie erhalten wir:

$$W = -\frac{(4Z-1)^2}{8} \cdot \frac{Nh}{s^2},$$

wo

$$Nh = \frac{2\pi^2 \cdot m \cdot e^4}{h^2} = 13{,}53 \text{ Volt.}$$

Die Energie Z die zugeführt werden muß, um die beiden Elektronen aus der zweiquantigen Bahn ins Unendliche zu entfernen, ist dann:

$$E = -W = \frac{(4Z-1)^2}{32} \cdot 13{,}53 \text{ Volt},$$

da $s = 2$ ist.

In der untenstehenden Tabelle sind die berechneten Werte von E mit den für das K-Anregungspotential beobachteten zusammengestellt.

Tabelle I.

Z	Element	Berechnet E (Volt)	Beobachtet K-Grenze (Volt)	Beobachter
2	He	20,7	20,5 → 21,3	Franz Knipping
3	$Li^{\cdot}$	51,14	52,6	Holtsmark
4	$Be^{\cdot\cdot}$	95,1	95	„
5	$B^{\cdot\cdot\cdot}$	152,8	145 → 150	„
			215	Hughes
6	$C^{\cdot\cdot\cdot\cdot}$	223,6	234	Foote-Hohler

Wie man sieht, ist die Übereinstimmung zwischen den berechneten Werten von E und

1) Diese Zeitschr. **24**, 225, 1923.

den beobachteten von K-Anregungsgrenzen sehr gut, so daß unsere Behauptung bezüglich der Bedeutung der K-Anregungsgrenze als bewiesen angesehen werden darf.

Daraus folgt weiter, daß die K_α-Linie nur dann emittiert werden kann von den Metallen $Li^{\cdot\cdot}$ $Be^{\cdot\cdot\cdot}$ $B^{\cdot\cdot\cdot}$ und $C^{\cdot\cdot\cdot\cdot}$, wenn diese Elemente vollständig ionisiert sind.

Die numerischen Werte der K-Anregungsgrenze sind der oben zitierten Arbeit von Herrn Holtsmark entnommen.

Die Diskrepanz[1]) zwischen den beobachteten K-Grenzen der leichten Elemente und den für dieselben Elemente durch Extrapolation aus den höheren Elementen erhaltenen dürfte darin ihren Grund haben, daß den beiden Vorgängen verschiedene Mechanismen zugrunde liegen[2]).

Den K-Grenzen der leichten Elemente sollte der hier besprochene Mechanismus zugrunde liegen, und den höheren Elementen der von Herrn Holtsmark beschriebene.

Es folgt noch weiter, daß die He, $Li^{\cdot}$, $Be^{\cdot\cdot}$, $B^{\cdot\cdot\cdot}$, $C^{\cdot\cdot\cdot\cdot}$ Elemente auch solche stabile Anordnungen haben, bei denen die beiden Elektronen auf einem zweiquantigen Kreise sich bewegen.

1) Holtsmark, oben zitierte Arbeit.
2) Die beobachteten K-Grenzen sind angenähert $^3/_4$ der durch Extrapolation erhaltenen.

(Eingegangen 6. April 1924.)

Nachtrag zu meiner Arbeit über den Einfluß eines Magnetfeldes auf die Polarisation des Resonanzlichts[1]).

Von Georg Joos.

Herr Pringsheim machte nahezu gleichzeitig mit mir in den Naturwissenschaften[2]) eine vorläufige Mitteilung über das gleiche Thema, deren wesentlicher Inhalt sich mit meinen Ausführungen deckt. Durch diese Mitteilung wurde ich erst darauf aufmerksam, daß der Gedanke einer Erklärung der betreffenden Erscheinungen durch Zeemaneffekt, der von Wood selbst als undurchführbar bezeichnet worden war, bereits von Herrn W. Hanle[3]) ausgesprochen und vom Standpunkt der klassischen Theorie beim Quecksilber durchgeführt wurde, während F. Weigert[4]) eine ganz andere Erklärung vorschlug, mit der ich ebensowenig wie Herr Pringsheim einverstanden sein kann. Neuerdings hat nun auch Herr G. Breit[1]) in Minnesota dasselbe Thema ganz in unserem Sinn behandelt. Die Übereinstimmung von 3 unabhängigen Arbeiten (von Pringsheim, Breit und mir), die schon äußerlich in der fast vollständigen Identität der Figuren hervortritt, ist überraschend und spricht jedenfalls nicht gegen die Richtigkeit der vertretenen Auffassung. Bezeichnenderweise haben alle 3 Autoren den komplizierteren Fall des Na-Resonanzlichts ihre besondere Aufmerksamkeit gewidmet. Der Einfluß der D_1-Linie, der von Herrn Pringsheim ganz vernachlässigt war, kommt in meiner Rechnung zu stark zur Geltung: Diese setzt im anregenden Licht gleiche Intensität der beiden Linien voraus, während bei der Woodschen Anordnung das Intensitätsverhältnis $D_1 : D_2$ 1 : 2 betrug. Dementsprechend sind die Beiträge der Komponenten g bis k halb zu rechnen, woraus sich ein Polarisationsgrad von 48 statt 40 und 24 statt 20 Proz. ergibt. Meine Ausführungen über das Resonanzlicht des Quecksilbers, bei dem mir, ebenso wie Herrn Breit das Auftreten der feldfreien Polarisation als das wichtigste Moment erschien, bedürfen — worauf mich Herr Hanle freundlichst aufmerksam machte — einer Präzisierung: Die polarisationszerstörende Wirkung des Magnetfelds bezog sich auf eine ganz bestimmte, bei den früheren Versuchen von Wood ausschließlich benutzte Kombination von $\mathfrak{E}$, H und der Beobachtungsrichtung (in der früheren Bezeichnung $\mathfrak{E}//Z$, $H//X$, Beobachtung $//X$). Die Kombination $\mathfrak{E}//X$, $H \perp X$ ergibt dagegen nach der Zeemaneffekterklärung wieder Polarisation. Während ohne Feld in Übereinstimmung mit der klassischen Theorie hierbei nur ganz schwaches Resonanzlicht beobachtet wurde, ergab die Anwendung eines schwachen Feldes Verstärkung des Resonanzlichts und die von der Theorie geforderte Polarisation.

1) Phil. Mag. **47**, 832, 1924.

München, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule, Mai 1924.

(Eingegangen 21. Mai 1924.)

1) Diese Zeitschr. **25**, 130, 1924 (eingegangen 11. März 1924).
2) Die Naturwissenschaften **12**, 247, 1924 (eingegangen 21. Februar 1924).
3) Die Naturwissenschaften **11**, 690, 1923.
4) Die Naturwissenschaften **12**, 38, 1924.

Die Polarisation des Resonanzlichts.

(Bemerkung zu einer Arbeit von Herrn G. Joos.)

Von L. S. Ornstein und H. C. Burger.

In einer neulich erschienenen sehr schönen Arbeit versucht Herr Joos[1]) die Polarisation des Resonanzlichts zu erklären, das emittiert wird,

1) G. Joos, diese Zeitschr. **25**, 130, 1924.

wenn ein einatomiges Gas durch polarisiertes Licht bestrahlt wird. Diese Beobachtungstatsache ist nach Herrn Joos nur zu verstehen, wenn man annimmt, daß das einfallende Licht eine orientierende Wirkung auf die Gasatome ausübt.

Es scheint uns aber unwahrscheinlich, daß das hochfrequente Wechselfeld des Lichtes eine Einstellung der Atome hervorrufen kann und wir glauben die beobachtete Polarisation in anderer Weise deuten zu müssen. Die Polarisation weist zwar darauf hin, daß die Atome, welche das Resonanzlicht emittieren, in bezug auf den einfallenden Lichtstrahl sich in einer orientierten Lage befinden. Sie kann aber erklärt werden durch die Annahme, daß nur diejenigen Atome, welche die richtige Orientierung zum einfallenden Lichte haben, die Strahlung absorbieren können. Weil Atome keine merkliche Drehung besitzen, senden sie die aufgenommene Energie wieder aus in derselben orientierten Lage, in der die Absorption stattgefunden hat.

Utrecht, Phys. Inst. d. Univ., Mai 1924.

(Eingegangen 26. Mai 1924.)

Theorie der Bestimmung der Kapillarkonstanten der Flüssigkeiten durch die Methode der Ringabreißung.

Von I. I. Tichanowsky.

§ 1. Für die Bestimmung der Kapillarkonstanten der Flüssigkeiten durch die Methode der Ringabreißung existiert, soviel mir bekannt, nur die Theorie M. Cantors[1]). Ausgehend vom Prinzipe der virtuellen Verrückungen, löst Cantor das Problem der Ringabreißung für den Fall eines Ringes mit kreisförmigem Querschnitt, wobei der Radius des Ringes als sehr großer vorausgesetzt wird. Von hier aus übergehend zu einem für die Praxis besser geeigneten Fall, wenn der Querschnitt des Ringes die Form eines Rechtecks hat, gelangt Cantor zu folgender Formel für die Abreißungskraft eines dünnen Ringes:

$$P = \pi g (r_1 + r_2) a^2 \left[1 + 4 \left(\frac{n}{a} \right) + 2 \left(\frac{n}{a} \right)^2 \right], \quad (1)$$

wobei g das spezifische Gewicht der Flüssigkeit, r_1 und r_2 die Radien des Ringes, a^2 die Kapillarkonstante und $4n$ die Dicke des Ringes bedeuten. Die Bezeichnungen sind hier gegen die Cantorschen verändert.

Im vorliegenden Aufsatze wird eine Lösung des Abreißungsproblemes für Ringe mit sehr großen Radien, jedoch beliebiger Dicke geboten. Die hier angeführte Ausführung der Formel der Abreißungskraft erweist sich als ziemlich einfache, der zu lösende Fall allgemeiner als der Cantorsche Fall. Letzterer ergibt sich hier als partieller, mit einem größeren Annäherungsgrade als die Cantorsche Lösung. Endlich wird die Lösung des Problemes hier nicht nur für den Fall absolut horizontaler Lage des Ringes, sondern auch für den Fall einer sehr geringen Neigung gegeben, da ja der letztere Fall, im allgemeinen, stets in der Wirklichkeit angetroffen wird und die Neigung des Ringes unbedingt in Betracht gezogen werden muß, wenn auch nur um die Genauigkeit der Bestimmung der Abreißungskraft zu schätzen.

Verweisen wir hier zu gleicher Zeit auf die besondere Bedeutung der Abreißungsmethode des Ringes aber nicht Scheibe: die Methode der Ringabreißung taugt, wovon ich mich selbst in der Praxis überzeugte, für die Bestimmung der Kapillarkonstanten der Berührungsoberflächen zweier Flüssigkeiten; und Methoden für die Bestimmung der Kapillarkonstanten für diesen Fall sind nur in sehr geringer Anzahl bekannt.

§ 2. Wollen wir nun, ehe wir zur Ausführung der Formel der Abreißungskraft selbst übergehen, vorerst noch zur Ermittlung der Gleichung des vertikalen Normalschnittes der Oberfläche der durch den Ring gehobenen Flüssigkeit schreiten, da uns diese Gleichung noch später zustatten kommt.

Lassen wir einen Ring, mit rechteckigem Schnitt, streng horizontal gelagert, mit einer ihn benetzenden Flüssigkeit in Berührung kommen. Der Ring werde gehoben, so daß die an dem Ringe haftende Flüssigkeit mit gehoben wird. Die Differentialgleichung des vertikalen Normalschnittes der äußeren Oberfläche der mit dem Ringe gehobenen Flüssigkeit hat bekanntlich folgende Form

$$\frac{y''}{(1 + y'^2)^{3/2}} + \frac{y'}{x(1 + y'^2)^{1/2}} = \frac{2y}{a^2}, \quad (2)$$

wobei die y-Achse mit der Achse des Ringes zusammenfällt und die x-Achse in der ebenen horizontalen Oberfläche der Flüssigkeit liegt; a^2, wie bereits oben angeführt, ist die bekannte Kapillarkonstante.

Wenn der äußere Radius des Ringes r_1 genügend groß ist, so kann man, wie der Versuch zeigt, ohne merklichen Fehler $x \geq r_1$ nach absoluter Größe annehmen.

Setzen wir nun den Fall, der äußere Radius des Ringes r_1 sei so groß, daß man in der Gleichung (2) das den Faktor $\frac{1}{x}$ enthaltende

1) M. Cantor, Wied. Ann. **47**, 399, 1892.

Glied vernachlässigen kann (der andere Faktor dieses Gliedes ist ≤ 1) und nehmen wir, demgemäß die Gleichung in Form von

$$\frac{y''}{(1+y'^2)^{3/2}} = \frac{2y}{a^2}.$$

Diese Gleichung integrierend und Konstanten bestimmend aus den Bedingungen, daß $y' = 0$ bei $y = 0$ und $x = r_1$ bei $y = h$, wobei h die Entfernung der unteren Ringoberfläche von der horizontalen Oberfläche der Flüssigkeit ist, welche wir im Folgenden der Kürze halber Steighöhe der Flüssigkeit nennen wollen, erhalten wir die Gleichung des vertikalen Normalschnittes der äußeren Oberfläche der gehobenen Flüssigkeit folgender Form

$$\left.\begin{aligned} x = r_1 + \frac{a}{\sqrt{2}} \lg\left(\frac{a\sqrt{2}+\sqrt{2a^2-y^2}}{y}\right) - \\ -\sqrt{2a^2-y^2} - \frac{a}{\sqrt{2}} \lg\left(\frac{a\sqrt{2}+\sqrt{2a^2-h^2}}{h}\right) + \\ +\sqrt{2a^2-h^2}. \end{aligned}\right| \quad (3)$$

§ 3. Nunmehr eigentlich zum Probleme der Ringabreißung selbst übergehend, bezeichnen wir mit p jene Kraft, welche wir außer der dem Gewichte des Ringes gleichen und entgegengesetzten Kraft dem Ringe zufügen müssen, um ihn im Gleichgewichte auf der Höhe h über der horizontalen Oberfläche der Flüssigkeit zu erhalten. Die absolute Größe dieser Kraft (die das Gleichgewicht herstellende Last auf der anderen Wagschale) muß gleich sein der Differenz des hydrostatischen Druckes auf den zwei Oberflächen (oberen und unteren) des Ringes, plus der vertikalen Komponente der Oberflächenspannung nach den Ringkonturen. Oder, wie leicht gezeigt werden kann, muß diese Kraft gleich sein dem Gewichte der mit dem Ringe gehobenen Flüssigkeit.

Bezeichnen wir mit x_1 und x_2 die Abszisse der Schnittpunkte der äußeren bzw. inneren Oberfläche der durch den Ring gehobenen Flüssigkeit. Setzen wir den Fall, die Radien des Ringes seien so groß, daß man annehmen kann $x_1 = r_1 + f(y)$, $x_2 = r_2 - f(y)$, wobei $f(x)$ eine Funktion von y bedeutet. Daher wird das Volumen der durch den Ring gehobenen Flüssigkeit durch

$$\pi(r_1^2 - r_2^2)h + 2\pi(r_1 + r_2)\int_0^h f(y)\,dy$$

ausgedrückt, oder, wenn wir den Ausdruck $f(y) = x - r_1$ aus (3) nehmen und die Integration durchführen, durch

$$\pi(r_1^2 - r_2^2)h + \pi(r_1 + r_2)h\sqrt{2a^2 - h^2}.$$

Für die das Gleichgewicht herstellende Kraft erhalten wir den Ausdruck

$$\left.\begin{aligned} p = \pi g(r_1^2 - r_2^2)h + \\ + \pi g(r_1 + r_2)h\sqrt{2a^2 - h^2}, \end{aligned}\right| \quad (4)$$

wobei g das spezifische Gewicht der Flüssigkeit ist.

Bezeichnen wir mit P und H die Großen p und h bzw. für den Moment der Ringabreißung. Aus der Bedingung

$$\frac{dp}{dh} = 0$$

folgt nach (4)

$$\frac{H^2 - a^2}{\sqrt{2a^2 - H^2}} = \frac{r_1 - r_2}{2}. \quad (5)$$

Aus dieser Formel ergibt sich unter anderem, daß für einen unendlich dünnen Ring die Steighöhe der Flüssigkeit im Momente des Abreißens gleich a ist, für einen unendlich dicken Ring $a\sqrt{2}$.

Setzen wir zur Abkürzung $\frac{r_1 - r_2}{4} = n$, so finden aus (5) und (4)

$$H = \sqrt{a^2 - 2n^2 + 2n\sqrt{a^2 + n^2}}$$

und

$$P = \pi g(r_1 + r_2)\sqrt{a^2 - 2n^2 + 2n\sqrt{a^2 + n^2}}\left[\sqrt{a^2 + 2n^2 - 2n\sqrt{a^2 + n^2}} + 4n\right].$$

Wir erhalten die Formel einer Abreißungsmethode für den Fall eines Ringes sehr großer Radien. Wenden wir sie im partiellen Falle eines dünnen und eines dicken Ringes an.

Für einen genügend dicken Ring großer Radien, für welchen $\frac{a}{n}$ im Vergleich zu 1 klein ist, haben wir

$$\left.\begin{aligned} P = \frac{8}{\sqrt{2}}\pi g(r_1 + r_2)a^2 \\ \left[1 + \frac{1}{8}\left(\frac{a}{n}\right) - \frac{1}{32}\left(\frac{a}{n}\right)^2 + \ldots\right] \end{aligned}\right|. \quad (6)$$

Für einen genügend dicken Ring großer Radien, für welchen $\frac{n}{a}$ im Vergleich zu 1 klein ist, haben wir

$$\left.\begin{aligned} P = \pi g(r_1 + r_2)a^2\left[1 + 4\left(\frac{n}{a}\right) + \right. \\ + 2\left(\frac{n}{a}\right)^2 - 2\left(\frac{n}{a}\right)^3 + 2\left(\frac{n}{a}\right)^4 - 2\tfrac{1}{2}\left(\frac{n}{a}\right)^5 + \\ \left. + 4\left(\frac{n}{a}\right)^6 - 7\tfrac{1}{4}\left(\frac{n}{a}\right)^7 + \ldots\right]. \end{aligned}\right| \quad (7)$$

Die Formeln (6) und (7) lassen die Kapillarkonstanten mit genügender Genauigkeit durch die Methode aufeinanderfolgender Annäherungen bestimmen. Von größtem Interesse für die Praxis erweist sich Formel (7), weswegen sie mit einer größeren Anzahl Reihenglieder angeführt ist als Formel (6). Wenn auch das Gesetz der Zusammensetzung der Reihenglieder unaufgeklärt bleibt, so kann man nichtsdestoweniger mit einiger Wahrscheinlichkeit diese Reihe, als deren Anfang wir das dritte Glied betrachten, wenn wir sie nach den angeführten Gliedern beurteilen, als auch abwechselnd positiven und negativen, nach und nach abnehmenden Gliedern zusammengesetzt denken und in diesem Falle muß bekanntlich diese Reihe konvergent sein.

§ 4. Die Cantorsche Formel, wie leicht zu ersehen ist, ergibt sich aus (7), wenn man sich auf die ersten drei Glieder beschränkt. Jedoch in der Praxis, bei gewöhnlicher Genauigkeit der Messungen, erweisen sich die von Cantor gegebenen Lösungsglieder als ungenügend, wenn man sich nicht eines sehr dünnen Ringes bedient. Letzteren wird man aber zu vermeiden suchen wegen einer möglichen Verbiegung, deren Folge der Verlust der strengen Kreisform des Ringes sein würde. Mit Hilfe speziell gebauter Federwagen Typ Jolly, deren Plattform mikrometrisch verstellbar war, habe ich die Abreißungskraft für einen Messingring, dessen äußerer Radius 26,11 mm und dessen Dicke 1,759 mm beträgt, gemessen und fand den Wert der Abreißungskraft für Benzol 1582 ± 5 mgr (Durchschnittswert von sieben Messungen); die mittlere Temperatur des Benzols war 18,5° und die Dichte (mittels Westphal-Wage bestimmt) 0,880. Eine Berechnung der Kapillarkonstanten und des Koeffizienten der Oberflächenspannung (α) nach meiner Formel und der Cantors ergibt

	a^2 mm²	a mgr/mm
Cantorsche Formel	6,47	2,82
Meine Formel	6,52	2,87.

Aus diesen Zahlen folgt, daß für einen Ring der angeführten Dicke, für welchen $\frac{n}{a}$ ungefähr gleich ist $\frac{1}{6}$ (für Benzol), wenn wir die Glieder dritten und höheren Grades vernachlässigen, d. h. die Cantorsche Formel gebrauchen, wir bei der Bestimmung des Koeffizienten der Oberflächenspannung einen Fehler von etwa 2 Proz. begehen.

§ 5. Die tatsächliche Ausführung der Abreißungsmethode läßt sich jedoch prinzipiell nicht in den Rahmen der oben angeführten Theorie fassen (wie eben dies der Fall auch bei anderen Theorien ist) und zwar aus dem Grunde, weil die Theorie eine absolut horizontale Einstellung des Ringes voraussetzt, was in Wirklichkeit niemals der Fall sein kann. Infolgedessen erweisen sich die oben angeführten Formeln (6) und (7) als nicht ganz annehmbar und müssen in passender Weise geändert werden.

Der Einfluß der Ringneigung auf die Größe der Abreißungskraft kann nicht dadurch ausgeschaltet werden, daß wir uns der arithmetischen Mittel aus dem Werte der in verschiedenen, nach Möglichkeit horizontalen Einstellungen des Ringes ermittelten Abreißungskraft bedienen. Wie wir weiter sehen werden, ist jeder der Werte der Abreißungskraft bei derartigen Einstellungen geringer als der Wert bei absolut horizontaler Einstellung des Ringes, infolgedessen wird auch der Durchschnittswert geringer als diese sein.

Es ist nicht schwer, die Einwirkung einer ganz geringen Neigung des Ringes auf die Größe der Abreißungskraft zu berechnen.

Für das Volumen der durch den horizontal gelagerten Ring gehobenen Flüssigkeit haben wir den Ausdruck (4) ermittelt. Für das dem zentralen Winkel $d\Theta$ entsprechende Element dieses Volumens erhalten wir, indem wir (4) benutzen, folgenden Ausdruck

$$dv = \tfrac{1}{2}(r_1^2 - r_2^2) h d\Theta + \\ + \tfrac{1}{2}(r_1 + r_2) h \sqrt{2a^2 - h^2}\, d\Theta.$$

Demgemäß wird ein Volumen der Flüssigkeit, das durch den auf den Winkel ω zur horizontalen Fläche geneigten Ring gehoben ist,

$$v = \int_0^{\pi} (r_1^2 - r_2^2) h d\Theta + \int_0^{\pi} (r_1 + r_2) h \sqrt{2a^2 - h^2}\, d\Theta,$$

sein, wobei h nicht die Konstante für die gegebene Lage des Ringes, sondern die Funktion Θ ist.

Nehmen wir weiter an, der Winkel ω sei so klein, daß wir für die Höhe h folgenden Ausdruck nehmen können

$$h = h_0 + r\omega \cos\Theta,$$

wobei Θ gleich o für den am allermeist gehobenen Punkt der Ringkontur und gleich π für den am allerwenigsten gehobenen ist, und h_0 offenbar die Hebungshöhe des Zentrums der unteren Ringoberfläche ist. Nehmen wir weiter an, der Ring sei so dünn, daß man den Unterschied der Höhen der äußeren und inneren Ringkonturen für ein und dieselbe ω unberücksichtigt lassen kann. Hierbei die Bezeichnungen $r_1 + r_2 = 2r$, $r_1 - r_2 = u$ einführend, haben wir

$$v = 2ru \int_0^{\pi} (h_0 + r\omega \cos\Theta)\, d\Theta + \\ + 2r \int_0^{\pi} (h_0 + r\omega\cos\Theta) \sqrt{2a^2 - (h_0 - r\omega\cos\Theta)^2}\, d\Theta.$$

Setzen wir endlich den Fall, der Höhenunterschied der am allermeisten und allerwenigsten gehobenen Punkte des Ringes (der unteren Oberfläche), d. h. $2r\omega$, sei eine sehr kleine Größe, so daß folglich die Größe ω als Größe zweiter Kleinheitsordnung erscheint. Sodann $r\omega$ durch m bezeichnend und uns nur auf die ersten und zweiten Grade m beschränkend, haben wir

$$v = 2\pi r h_0 u + 2\pi r h_0 \sqrt{2a^2 - h_0^2} - \pi r h (3a^2 - h_0^2) / \sqrt{2a^2 - h_0^2}\, m^2.$$

Sodann aus der Bedingung $\frac{dv}{dh_0} = 0$ die dem Maximum v entsprechende Bedeutung h_0 findend und die Produkte $m^2 u$ und $m^2 u^2$ unberücksichtigt lassend, erhalten wir für die Abreißungskraft

$$P = \pi g (r_1 + r_2) a^2 \left[1 - \left(\frac{m}{a}\right)^2 + 4\left(\frac{n}{a}\right) + 2\left(\frac{n}{a}\right)^2 - \cdots\right],$$

wo n die gleiche Bedeutung wie in der Formel (7) hat. Also

$$P_1 = P_0 - \pi g (r_1 + r_2) m^2, \qquad (8)$$

wo P_0 die Bedeutung der Abreißungskraft für den horizontal gelagerten Ring ist.

Für einen Ring, dessen Größe in § 4 angeführt wurde, annehmend 2 m sei gleich 0,1 mm, was ungefähr dem Grenzaugenmaß bei Schätzungen vertikaler Entfernungen innerhalb der Grenzen einiger mm entspricht, erhalten wir für Benzol

$$P_0 - P = 0{,}5 \text{ mgr}.$$

Da dieser Wert zweifellos als Mindestfehler betrachtet werden muß, so wird also der durch nicht genaue horizontale Einstellung des Ringes hervorgerufene Fehler ganz merklich sein und muß in Betracht gezogen werden. Wenn wir die Genauigkeit der horizontalen Lage kennen, können wir auch aus der in bezug auf den Einfluß der Ringneigung verbesserten Formel (8) den Wert P_0 der Abreißungskraft berechnen. Auf jeden Fall ist es notwendig die Genauigkeit der „horizontalen" Einstellung des Ringes bei allen Bestimmungen der Kapillarkonstanten nach der Methode der Ringabreißung anzugeben, da der Einfluß des Fehlers bei der Ringeinstellung auf die Größe der Abreißungskraft nicht zufälligen, sondern systematischen Charakter hat. Dies bezieht sich auch in entsprechender Weise auf den Fall einer Scheibenabreißung.

Bemerken wir endlich noch, daß der Einfluß einer nicht streng horizontalen Einstellung der Platte auf die Messung der Abreißungskraft noch auf folgende Weise eliminiert werden könnte: man muß eine Theorie der Abreißungsmethode für den Fall einer auf einem nicht zu kleinen Winkel geneigten Platte ausarbeiten und die Abreißungskraft für die Platte in dieser Lage messen, indem die Platte selbst fest gelagert ist und von ihr eine sie benetzende Flüssigkeit abgerissen wird; in diesem Falle wird das der gegebenen Neigung der Platte entsprechende arithmetische Mittel aus den einzeln bestimmten Werten der Abreißungskraft jene Eigenschaften besitzen, die ihm von der Wahrscheinlichkeitstheorie zugeschrieben wird und die Einwirkung der Ungenauigkeit der Einstellung der Platte auf die Größe der Abreißungskraft kann dann in genügendem Grade durch eine entsprechende Anzahl von Platteneinstellungen ausgeschlossen werden.

Taschkent, Physik. Institut der Universität.

(Eingegangen 22. Mai 1924.)

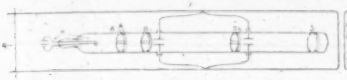
Ein einfacher Demonstrationsversuch der direkten Messung der Geschwindigkeit von Kathodenstrahlen.

Von Fritz Kirchner.

Während einer größeren Experimentaluntersuchung, die auf Anregung von Herrn Geheimrat W. Wien begonnen wurde und noch nicht abgeschlossen werden konnte, entwickelte sich die bekannte Wiechertsche Methode der direkten Messung der Kathodenstrahlgeschwindigkeit (Ann. d. Phys. **69**, 739, 1899) durch einige Veränderungen zu einer sehr einfachen und dabei außerordentlich exakten Meßmethode. Wegen des Wiechertschen Verfahrens verweisen wir auf die Originalarbeit bzw. auf Marxs Handbuch der Radiologie **5**, 34, 1919. Die Veränderungen sind folgende:

Die Kathodenstrahlen werden durch eine Glühkathode erzeugt, so daß im Höchstvakuum gearbeitet werden kann. Infolgedessen ist es möglich, statt der magnetischen die viel exaktere elektrische Ablenkung durch elektrische Schwingungen anzuwenden. Die ungedämpften Schwingungen werden durch technische Elektronenröhren erzeugt, und zwar in der Schaltung, die von Holborn (Zeitschr. f. Physik **6**, 328, 1921) angegeben wurde. Es wurden nicht die von Holborn benutzten Röhrentypen verwendet, sondern Schottsche M-Röhren (mit zylindrischer Kupferanode und linearem Glühfaden in der Zylinderachse), die trotz Gasabgabe und sehr starker Zerstäubung im Bereich von $\lambda = 4$ m bis zu 30 m einwandfrei arbeiteten. Die Schwingung des Senders wurde nicht direkt an die Ablenkungskondensatoren gelegt, sondern mittels

einer induktiv gekoppelten Paralleldrahtleitung dorthin geleitet. Die Figur gibt schematisch die Versuchsanordnung.



Zwischen Glühkathode K und Anode A liegt die beschleunigende Spannung (gewöhnlich 2000—8000 Volt). B_1 und B_2 sind Blenden, auf deren Vorderfläche fluoreszierendes Zinksulfid aufgetragen ist. In der Mitte jeder Blende ist parallel zu den Kondensatorplatten ein Schlitz angebracht. S ist ein Zinksulfidschirm. Die Messung, eine Nullmethode, besteht in folgendem: Durch den Schlitz in B_1 tritt ein schmales Elektronenbündel. Ist die Schwingung erregt, so wird das schmale Bündel durch das Wechselfeld des Kondensators in ein breites Band auseinandergezogen, das jetzt an Stelle des schmalen Streifens auf B_2 zu sehen ist. Durch B_2 tritt nur der Teil des Bandes hindurch, der beim Durchgang durch den ersten Kondensator überhaupt nicht abgelenkt wurde. Der hindurchtretende Teil wird nun im allgemeinen beim Passieren des zweiten Kondensators wieder abgelenkt, so daß auf dem Schirm zwei mehr oder weniger weit auseinanderliegende scharfe Linien erscheinen. Richtet man aber die Schwingungsdauer so ein, daß in der Zeit, in der das Kathodenstrahlelektron die Strecke zwischen den beiden Kondensatoren passiert, gerade eine halbe Schwingungsdauer verstrichen ist, dann fallen die beiden Linien exakt zusammen. Die Einstellung ist außerordentlich scharf. (Eine Wellenlängenänderung um 3 Promille genügte bei meinen Versuchen schon, um die Nulleinstellung zu stören.) Die Wellenlänge läßt sich auf dem nach links verlängerten Paralleldrahtsystem mit einem 2—4 Volt-Lämpchen als Brücke bequem messen. Da weder eine Ablenkungsmessung noch irgendeine Zusatzrechnung bezgl. Kondensatorfeld oder -streuung erforderlich ist, sondern die einzig zu messenden Größen der Abstand der Mitten der Kondensatoren und die Wellenlänge der Schwingung sind, läßt sich die gesuchte Geschwindigkeit sehr leicht auf wenige Promille genau bestimmen. Die Methode dürfte aus diesem Grunde auch zu einer Präzisionsmessung der Abhängigkeit der Masse des Elektrons von der Geschwindigkeit wohl geeignet sein.

München, Physikalisches Institut der Universität, Mai 1924.

(Eingegangen 30. Mai 1924.)

Zur Theorie des lichtelektrischen Effekts.

Von Fritz Kirchner.

I. Einleitung. Wenn Lichtstrahlen einer gegebenen Frequenz ν auf ein Metall auftreffen, dann lösen sie bekanntlich Elektronen aus, deren maximale Austrittsenergie $e \cdot V$ nach der Quantentheorie gegeben ist durch die Gleichung $e \cdot V = h \cdot \nu - p$. Dabei soll p den Energieverlust beim Hindurchtreten durch die Oberfläche, event. noch vermehrt um den Energiebetrag, der zur Loslösung des Elektrons aus dem Atomverband notwendig ist, bedeuten. Die Größe p ist mit dem Kontaktpotential in Zusammenhang gebracht worden, das ist das Potential, das nach der Berührung zweier verschiedener Metalle zwischen diesen beiden besteht. In der Tat haben neuere Versuche einwandfrei gezeigt, daß ein solcher Zusammenhang besteht. Wird die Austrittsenergie $e \cdot V = 0$, dann sollte durch $h \cdot \nu_0 = p$ die langwellige Grenze der lichtelektrischen Erregbarkeit definiert sein. Diese langwellige Grenze ist, wie durch eine Reihe von Arbeiten bewiesen worden ist, eine charakteristische Konstante des betreffenden Metalls, die allerdings durch Gasbeladung oder irgendeine Verunreinigung (ebenso wie das Kontaktpotential) verändert werden kann. Im folgenden soll nun versucht werden, die bereits vorliegenden Messungen sowohl der Maximalenergie, wie der langwelligen Grenze mit Hilfe der aus der Spektroskopie bekannten Energieterme des Atoms quantitativ zu deuten. Aus der gewonnenen Vorstellung ergibt sich dann weiter die quantitative Deutung der Lage des „selektiven" Photoeffekts.

II. Langwellige Grenze. Wir fragen uns zunächst: Welche Mindestfrequenz muß ein intensives Lichtstrahlenbündel haben, um aus einem Atom ein Elektron gerade befreien zu können, d. h. um das Atom gerade zu ionisieren? Im allgemeinen ist nicht die Frequenz nötig, die der Ionisationsenergie entspricht, sondern es genügt schon die Resonanzfrequenz, das ist die kleinste Frequenz, durch die das normale Atom überhaupt optisch angeregt werden kann. Denn der Übergang aus dem angeregten Zustand in den normalen Zustand zurück erfolgt ja vom Standpunkt der Quantentheorie nicht momentan, sondern es verstreicht eine gewisse „Verweilzeit", die Füchtbauer an der Resonanzlinie 2537 des Quecksilbers experimentell festgestellt und die W. Wien an derselben Linie gemessen hat. Wird während dieser Verweilzeit von neuem Strahlung absorbiert, so wird das Elektron auf eine noch höhere Energiestufe gehoben bzw. ganz aus dem Atomverband herausgelöst und lichtelektrisch frei. Die Bedenken, die sich

	Li	*Na*	*K*	*Cu*	*Ag*	*Au*	*Ca*	*Zn*	*Cd*	*Hg*	*Al*	*C*	O_2	H_2
Langwellige Grenze der lichtelektrischen Erregbarkeit in Volt	2,35	1,99 [1]	~ 1,2	(4,62 / 4,49)	3,92 / 3,04 / 3,80	~ 4,33	~ 2 [2]	3,6 / 4,1	3,93 / 3,94	4,75 / 3,93 bis 4,86	3,43	4,76 bis 4,84	9,15	> 9,7
Resonanzspannung (spektrosk.) in Volt	1,84	2,093	1,602	3,8	3,76	4,61	1,88	4,02	3,78	4,86	3,12	4,98 / 4,35	9,106	10,17
Resonanzspannung (Elektronenstoßmethode) in Volt	—	2,12	1,55	—	—	—	1,90	4,1 / 4,18	3,95 / 3,88	4,9	—	—	9,0 bis 9,5	10,2

gegen die Anwendung dieser Vorstellung auf die lichtelektrische Auslösung an festen Metallen aufdrängen, stellen wir zunächst zurück, um sie später zu besprechen. Wir vergleichen unsere Folgerung mit dem vorhandenen Beobachtungsmaterial [3]).

Abgesehen vom Lithium und Kalium (bei dem die Grenze im Ultraroten liegt) ist die Übereinstimmung befriedigend im Hinblick auf die Schwierigkeit, Messungen an wirklich reinen Metallflächen zu erhalten. Die experimentellen Werte für Kupfer sind eingeklammert, weil sie als unzuverlässig erscheinen; denn Hennings und Kadesch haben beim Kupfer noch die Wellenlänge 2804 (entsprechend einer Energie von nur 4,39 Volt) zu einer h-Bestimmung benutzen können. Im übrigen kann bei Metallen, bei denen die lichtelektrische Ausbeute an sich sehr klein ist, die langwellige Grenze der Erregbarkeit leicht schon bei kürzeren Wellen vorgetäuscht werden. Wenn z. B. die kleinste Anregungsspannung kleiner als die Hälfte der Ionisationsspannung ist, so müßte die Befreiung des Elektrons in drei oder mehr Stufen vor sich gehen. Da dies offenbar viel weniger wahrscheinlich als die Befreiung in zwei Stufen ist, kann etwa eine Grenze an der Stelle erscheinen, wo zum ersten Male die Befreiung in zwei Stufen möglich ist. Eine andere Möglichkeit der Entstehung einer scheinbaren Grenze ist die, daß ein Elektron aus einem besonders häufigen Anregungszustand gerade in einem Zuge herausgehoben wird.

III. Maximum des selektiven Photoeffekts. In dieser Richtung weitergehend, folgern wir für die Metalle mit großer lichtelektrischer Ausbeute allgemein, daß beim Vorschreiten zu kürzeren Wellen an der Stelle, wo eine Befreiung des Elektrons in zwei Zügen möglich ist, ein Ansteigen des Photoeffekts bemerkbar sein muß. Dieses Ansteigen muß zu einem Maximum führen an der Stelle, wo das Elektron aus dem stabilsten und deshalb relativ häufigsten Anregungszustand (das ist die Anfangsbahn der Resonanzlinie) in einem Zuge bis an die Peripherie gehoben werden kann. Die dazu notwendige Energie ist offenbar die Differenz aus Ionisierungsspannung und Resonanzspannung. Wir vergleichen diese Folgerung mit den Beobachtungsresultaten [4]):

	Li	*Na*	*K*	*Rb*	*Cs*	*Pa*	*Ca* [5])
Maximum des selektiven Photoeffekts	4,41	3,63 / 3,43	2,84	2,57	2,42	3,08	3,3
Spektroskopische Ionisierungsspannung, vermindert um Resonanzspannung	3,52	3,026	2,715	2,58	2,42	2,96	3,17

Die Übereinstimmung ist, abgesehen von Lithium und Natrium, vollkommen. Daß nach Überschreiten der „Resonanzstelle" die Elektronenausbeute wieder abnimmt, ist nach den Beobachtungen im Röntgengebiet (vgl. z. B. Barkla, Philos. Mag. Jan. 1924, S. 1) zu erwarten. Auch im Röntgengebiet ist ja ein solcher selektiver Effekt gefunden worden, dessen Maximum gerade an der Stelle liegt, wo die Energie der einfallenden Strahlung genau gleich der Abtrennungsarbeit des Elektrons ist. Wenn wir jetzt noch weiter zu kürzeren Wellen vorschreiten, so müssen wir ein zweites Maximum an der Stelle erwarten, wo die Energie der Strahlung hinreicht, um ein Elektron aus dem unangeregten Zustand des Atoms heraus in

1) Entsprechend der größten Wellenlänge, bei der Millikan (Phys. Rev. 7, 380, 1916) noch Photoeffekt beobachtet hat.

2) Pohl u. Pringsheim, Verh. d. D. Phys. Ges. 15, 111, 1913.

3) Die Zahlen sind, soweit nichts Besonderes bemerkt ist, den bei den Tabellen von Landolt-Börnstein 1923, S. 892 zitierten Arbeiten entnommen. (Es sind nur solche Zahlen aufgenommen worden, bei denen sicher war, daß sie tatsächlich durch Beobachtung der langwelligen Grenze erhalten wurden; vgl. hierzu Abschn. IV.)

4) Landolt-Börnstein 1923, S. 892.

5) Pohl u. Pringsheim, Verh. d. D. Phys. Ges. 15, 111, 1913.

einem Zuge bis an die Peripherie zu befördern. Ein Maximum, das diesem Vorgang entspricht, ist beobachtet bei Natrium, Cäsium und Aluminium. (Seine Lage erscheint allerdings durch die Beobachtungen weniger gesichert als die des ersten Maximums.)

	Na	*Cs*	*Al*
Ionisierungsspannung	5.12	3.87	5.957
Zweites Maximum des selektiven Photoeffekts	5.43	4.93	5.62

IV. Maximalenergie der ausgelösten Elektronen. Wir müssen weiter folgern, daß die in der Einleitung erwähnte Berechnung der langwelligen Grenze aus $h \cdot \nu_0 = p$ nicht allgemein mit der Erfahrung übereinzustimmen braucht. Denn die Gleichung $h \cdot \nu_0 = p$ liefert im allgemeinen nicht die Mindestenergie, die zur Anregung des Atoms nötig ist, sondern die Mindestenergie, die zur Herausbeförderung des Elektrons aus dem angeregten Zustand bis an die Peripherie notwendig ist. Diese Mindestenergie (die aus der Messung der Maximalgeschwindigkeit der Elektronen nach der Gleichung $h \cdot \nu_0 = p$ berechnet wird) muß also, von der spektroskopisch bekannten Ionisierungsspannung abgezogen, eine Anregungsspannung des Atoms liefern. Als Beispiele führen wir Messungen an *Zn*, *Cd* und *Mg* an.

	Zn	*Cd*	*Mg*
Spektrosk. Ionisierungsspannung[4] . .	9.35	8.96	7.61
$h \cdot \nu_0 = p$ aus Photoeffekt .	3.28[1] 3.56[2]	3.43[3]	3.51[3] 3.19[2] 3.23[1]
Differenz . . .	6.07 5.79	5.53	4.10 4.42 4.38
Spektrosk. Anregungsspannung . . .	5.77	5.40	4.33

Als Ausgangsniveau für die bei der Messung der Maximalenergie beobachteten Elektronen erscheint hier also das Niveau, das zu der größeren Resonanzspannung gehört, während für die langwellige Grenze die kleinere maßgebend ist. Dies ist in Übereinstimmung mit der Vorstellung, von der wir ausgegangen sind.

V. Versuch einer Begründung der Voraussetzungen. Unsere Betrachtungen hätten wir nun eigentlich nur auf freie Atome, d. h. auf Metalldämpfe, anwenden dürfen, da ja das Atom im Raumgitter unter dem Einfluß der elektrischen Kräfte der Nachbaratome steht. Diese Schwierigkeit läßt sich wohl aber vermeiden; denn auf der einen Seite ist ja der lichtelektrische Effekt ein ausgesprochener Oberflächeneffekt (Hallwachs hat nach Versuchen von Rubens und Ladenburg berechnet, daß 99 Proz. der lichtelektrischen Wirkung aus einer Schichtdicke von etwa 30 $\mu\mu$ stammen; diese Schichtdicke ist aber bereits kleiner als die „Rauhigkeit" der bestrahlten Metalloberfläche). Auf der anderen Seite fordern Stabilitätsbedingungen, daß das Raumgitter des Metalls sich nach der Oberfläche hin auflockert. Infolge dieser Auflockerung nimmt die gegenseitige elektrische Beeinflussung der Atome mehr und mehr ab, bis sie schließlich ganz verschwindet und das Atom auch mechanisch frei wird, d. h. die Oberfläche als Dampfatom verlassen kann. (Daher rührt offenbar der endliche Dampfdruck über festen Körpern.) Eine zweite Schwierigkeit liegt in der notwendigen Annahme, daß von den Atomen des festen Metalls offenbar nicht nur bestimmte Frequenzen zur Anregung absorbiert werden, wie beim Absorptionsspektrum der Dämpfe, sondern ein kontinuierlicher Bereich. Hier zeigen aber die optischen Messungen an dünnen Metallfolien, daß die Absorptionskurven in Abhängigkeit von der Frequenz durchaus keine scharf ausgeprägten Maxima oder gar ausgesprochene Absorptionslinien enthalten. Es liegt also nahe, den Vorgang der lichtelektrischen Auslösung in der Oberflächenschicht des Metalls zu lokalisieren, die von den ganz außen liegenden, praktisch freien Atomen hineinreicht bis zu Atomen, die vielleicht tief im Raumgitter liegen, aber doch noch den beobachteten lichtelektrischen Effekt beeinflussen, wenn auch nicht durch direkte Elektronenaussendung, sondern etwa dadurch, daß von ihnen absorbierte Strahlungsenergie wieder als solche austritt und von weiter außen liegenden angeregten Atomen zur Befreiung eines Elektrons verbraucht wird.

Die ausgesprochenen Resonanzmaxima des selektiven Photoeffekts können demnach nur durch ganz außen liegende elektrisch freie Atome erzeugt sein; denn die im Gitter elektrisch beeinflußten Atome müssen eine Kurve liefern, die in Analogie zur Absorptionskurve keine ausgesprochenen Vorzugsstellen aufweist. Diese Anschauung wird gestützt einmal durch die zuerst von Elster und Geitel, dann von Pohl und Pringsheim festgestellte Tatsache, daß der selektive lichtelektrische Effekt praktisch völlig polarisiert ist, d. h. in die Schwingungsebene des elektrischen Vektors des auslösenden Lichtes hineinfällt. Eine zweite Stütze liefert die Beobachtung, daß an kolloiden Metallen — d. h. bei stark vergrößerter Oberfläche des Gitters, oder mit anderen Worten bei einer Vermehrung

1) Compton u. Richardson, Phil. Mag. **24**, 586, 1912.
2) Berechnet aus Hennings u. Kadesch, Phys. Rev. **8**, 210, 1916.
3) Hughes, zitiert im Handb. d. Radiologie III, 393, 1916.
4) Landolt-Börnstein 1923, S. 846.

der elektrisch freien Atome gegenüber den Gitteratomen — die Resonanzkurve des selektiven Photoeffekts wesentlich steiler verläuft als an der gewöhnlichen Metalloberfläche.

Weitere Überlegungen, besonders bezüglich der Kontaktpotentiale und der Nutzausbeute des Photoeffekts, sollen vorläufig zurückgestellt werden.

Zusammenfassung. Es wird gezeigt, daß sich die langwellige Erregungsgrenze des Photoeffekts, die Maximalenergie der ausgelösten Elektronen, sowie die Lage des Maximums des selektiven Photoeffekts zahlenmäßig durch aus der Spektroskopie bekannte Energieterme des Atoms deuten lassen, wenn man die Annahme macht, daß es an der äußersten Oberfläche des Metalls Atome gibt, die elektrisch frei sind.

Anmerkung. Die vorliegende Arbeit wurde in der Sitzung der D. Phys. Ges., Gauver. München, am 23. V. 1924 vorgetragen. In der Diskussion wurde darauf hingewiesen, daß nach der vorgetragenen Theorie sich besonders an der langwelligen Grenze Abweichungen von der Proportionalität zwischen einfallender Lichtintensität und Photostrom ergeben müßten. (Denn wenn die Anzahl der vorhandenen angeregten Atome proportional der Intensität ist, dann müßte der Bruchteil der angeregten Atome, die von neuem absorbieren, proportional dem Quadrat der Intensität sein.) Diese Abweichungen können aber wahrscheinlich dadurch verdeckt werden, daß die angeregten Atome ihrerseits wieder durch Emission andere Atome anregen usf., so daß bie Zahl der vorhandenen angeregten Atome auch bei kleiner Lichtintensität relativ groß sein kann. Derselbe Vorgang machte sich bekanntlich bei den Versuchen von Füchtbauer (diese Zeitschr. 21, 635, 1920) durch Erhöhung der Intensität der beobachteten Strahlung bemerkbar.

München, Physikalisches Institut der Universität, Mai 1924.

(Eingegangen 30. Mai 1924.)

Kosmische Refraktion.

Erwiderung von H. Kienle.

Da Herr Courvoisier in seiner Verteidigung mir „Irrtümer, Widersprüche und Entstellungen" vorwirft, muß ich leider mich noch einmal kurz mit der „Kosmischen Refraktion" befassen.

1. Was heißt „Arbeitshypothese?" Das Wesentliche ist doch, daß Herr C. stets großes Gewicht gelegt hat auf den Nachweis der kosmischen Natur der „jährlichen Refraktion". Gerade jetzt schreibt Herr C. wieder (in einem vom 5. Nov. 1923 datierten Aufsatze[1]): „... daß aus sämtlichen bisher untersuchten Beobachtungen der Venus in der Nähe der unteren Konjunktion ein Effekt der jährlichen Refraktion sich nicht nachweisen läßt, was — wie früher erörtert — nur dadurch deutbar wird, daß man die jährliche Refraktion als eine zirkumsolare bzw. kosmische Erscheinung auffaßt. Wenn man sich auf den Boden der Lichtätherhypothese stellt, so liegt es nahe, eine physikalische Erklärung für diese Erscheinung in einer Verdichtung des Äthers in der Nähe der Himmelskörper zu suchen".

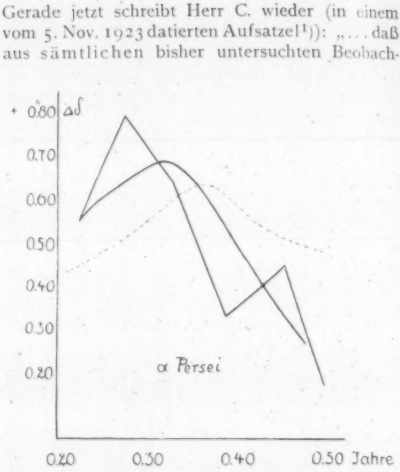


Fig. 1.

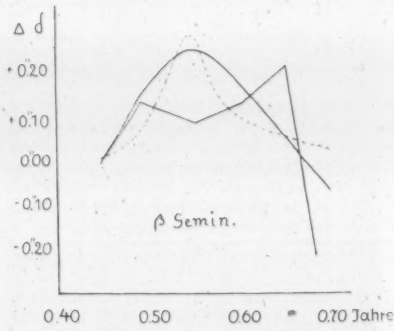


Fig. 2.

1) Astr. Nachr. 221, Nr. 5287. Sperrdruck nach dem Original.

2. Worauf einzig und allein es mir ankam, das war, an einigen Stichproben die Anfechtbarkeit des von Herrn C. angewandten Reduktionsverfahrens zu demonstrieren, durch das eine Genauigkeit vorgetäuscht wird, die in dem Material a priori gar nicht enthalten ist. Vielleicht wird das, was ich meine, durch das folgende Beispiel deutlich. In den Figuren verbindet der gebrochene Linienzug die Mittelwerte der wirklichen Beobachtungen; die ausgezogene Linie ist Herrn C.'s „interpolierende Kurve", die er den Rechnungen zugrunde legt; die punktierte Linie stellt den theoretischen Verlauf der „jährlichen Refraktion" dar. Ein Unbefangener wird zwischen dem gebrochenen Linienzug und der gestrichelten Kurve kaum eine Ähnlichkeit feststellen können. Um diese Ähnlichkeit zu erzielen, legt Herr C. seine „interpolierende Kurve" entsprechend und setzt sie an Stelle der wirklichen Beobachtungen.

Bei solchem Vorgehen kann es nicht überraschen, wenn Herr C. zu der Feststellung gelangt: „Trotz der ursprünglichen großen Unsicherheit der Messungen ist die Darstellung und das Resultat von ϱ recht befriedigend"[1]). Und da es sich hier um ein Prinzip handelt, nicht um eine gelegentliche Entgleisung, war es wohl nicht so ganz unberechtigt, wenn ich vor der kritiklosen Übernahme C.'scher Zahlen warnte.

1) Von mir gesperrt.

Göttingen, Sternwarte.

(Eingegangen 25. Mai 1924.)

BESPRECHUNGEN.

Zur Besprechung von F. Auerbach, Entwicklungsgeschichte der modernen Physik.

Im Heft 3 dieses Jahrgangs der Physikalischen Zeitschrift befindet sich eine Besprechung meines Buches „Entwicklungsgeschichte der modernen Physik" von Herrn E. Hoppe; den größten Raum nimmt dabei die Berichtigung zahlreicher historischer Einzelangaben ein. Das ist an sich dankenswert, und ich werde die Bemerkungen natürlich einer sorgfältigen Prüfung unterziehen. Wogegen ich aber Einspruch erheben muß, das ist die apodiktische Form der Bemerkungen; der Leser kommt dadurch aus dem Regen in die Traufe; er soll meinen Angaben mit Vorsicht gegenübertreten, die des Kritikers aber ohne weiteres hinnehmen. Nun habe ich natürlich auch meinerseits die historischen Quellen benutzt; und schon jetzt, nach flüchtiger Durchsicht, kann ich sagen, daß ich den Einwänden und Aufstellungen des Herrn Kritikers in zahlreichen Fällen nicht beipflichte. Ich will dafür nur einige wenige Beispiele anführen, alles weitere aber für eine etwaige Neuauflage aufsparen. Mit den älteren Forschern auf dem Gebiete des Magnetismus habe ich natürlich nicht Peregrinus (1269) und Gilbert (1600) gemeint, sondern die zahlreichen Beobachter aus den Jahren 1800 bis 1870, wie Lenz, J. Müller, Dub, Lamont, G. Wiedemann usw., die fast durchweg mit Zylindern gearbeitet haben, und deren Arbeiten daher heute in der Hauptsache wertlos sind; ich darf das getrost sagen, da ich selbst, mit meinen ersten magnetischen Untersuchungen, in jene Reihe gehöre; die Erkenntnis, daß und weshalb man mit Ellipsoiden (nicht mit Kugeln) arbeiten muß, ist eben erst nachher durchgedrungen; und Peregrinus und Gilbert haben davon selbstverständlich nicht die geringste Ahnung gehabt. Das atomistische Weltbild des Anaxagoras ist ganz unfruchtbar geblieben, daß des Demokrit dagegen von deutlichem Einfluß auf die Entwickelung der physikalischen Ideen geworden, wie das auch von Bernoulli, O. E. Meyer, Boltzmann u. a. betont wird. Wheatstone war eben der erste, der bei den Versuchen, die Geschwindigkeit der Elektrizität in Leitern zu bestimmen, die Zeit gemessen und dadurch Zahlenwerte gewonnen hat und darauf kommt es doch allein an. Daß ich in einzelnen Fällen, wo eine aktenmäßig beglaubigte Jahreszahl nicht vorliegt, eine nach bestem Ermessen geschätzte Zahl eingesetzt habe, wird jeder Leser, der den Sinn und Zweck des Buches würdigt, billigen; denn andernfalls hätte man sich in langatmige, spezifisch historische Diskussionen einlassen oder die Zahl ganz weglassen müssen; für das eine Verfahren bot das Buch keinen Raum, das andre hätte eine fühlbare Lücke gelassen. Was schließlich die angebliche Unzugehörigkeit von Figuren angeht, so ist mir diese Bemerkung völlig unverständlich; denn die bezeichneten Abbildungen stehen tatsächlich an den Stellen, wo im Text auf sie hingewiesen ist, und wohin sie sachlich gehören.

Auerbach.

H. Kayser u. H. Konen, Handbuch der Spektroskopie. Bd. VII. Erste Lieferung. 398 S. m. X S. Anhang. Leipzig, S. Hirzel. 1924. Geh. G.-M. 30.—.

Der VII. Band des bekannten Handbuches ist gedacht als Ergänzung zu den Bänden V und VI und soll in drei Teillieferungen mit möglichster Beschleunigung erscheinen. Er enthält die Besprechung der seit dem Druck der früheren Bände erzielten Ergebnisse, und zwar bis etwa 1920 in ausführlicher Form, von da ab in einem Anhang in Gestalt eines Literaturverzeichnisses, da mit dem Druck bereits 1921 begonnen worden war. Die letzte Lieferung wird nach Ankündigung der Verfasser zudem in Nachträgen die bis dahin noch herauskommenden Arbeiten und eine allgemeine Einleitung über den Bau der Spektren, die Bezeichnung der Serien und dergleichen enthalten. Verfasser und Verlag haben sich zu dieser Einteilung entschlossen, um eine bei der großen Produktivität auf spektroskopischem Gebiet drohende Unvollständigkeit tunlichst zu vermeiden. So wird man nach Abschluß des VII. Bandes im Besitz einer bis in die neueste Zeit reichenden vollständigen Übersicht über unser spektroskopisches Wissen sein und dankbar die ungeheure Arbeit der Herausgeber würdigen, die mit diesem Werk ein unentbehrliches Hilfsmittel geschaffen haben. Wenn auch der bekanntlich mehr referierende als kritische

Charakter der Darstellung manchmal als ein gewisser Mangel empfunden wird, so war doch eine andere Behandlungsweise des Stoffes bei dessen außerordentlicher Ausdehnung wohl kaum möglich.

In der vorliegenden ersten Lieferung sind behandelt die Spektren der Luft (einschließlich derer des Nordlichts) und in der alphabetischen Reihe der chemischen Symbole die der Elemente von Argon bis Eisen. Anordnung und Behandlung des Stoffes sind dieselben wie in den früheren Bänden, neu aufgenommen sind nun aber auch die Röntgenspektren und die Anregungspotentiale. R. Seeliger.

R. Haren, Aufgabensammlung zur Festigkeitslehre mit Lösungen. 3., vollständig neu bearbeitete Auflage von Josef Furtmayr. (Sammlung Göschen Nr. 491.) 8°. 116 S. m. 43 Abbildungen. Berlin u. Leipzig, Walter de Gruyter & Co. 1923. G.-M. 1.25.

Das Büchlein enthält im ganzen 66 Aufgaben aus allen Teilen der Festigkeitslehre, die überwiegend dem Gebiete des Maschinenbaues entnommen sind. Es finden sich jedoch auch manche Aufgaben darin behandelt, die in der Praxis des Physikers gelegentlich eine Rolle spielen, so z. B. über die Wandstärke von Gefäßen, deren Inhalt unter einem bestimmten Überdruck steht, und dergleichen. In diesem Sinn kommt die Sammlung auch für die Benutzung durch den Physiker in Betracht, der solchen seltener an ihn herantretenden Aufgaben, lediglich mit den üblichen technischen Tabellen ausgerüstet, naturgemäß zunächst etwas unbeholfen gegenübersteht. Auch als Quelle für Übungsaufgaben neben Vorlesungen über Festigkeitslehre für Physiker ist die Sammlung gut geeignet.
L. Schiller.

L. Prandtl, Ergebnisse der Aërodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen. Herausgegeben unter Mitwirkung von C. Wieselsberger und A. Betz. 4°. München u. Berlin, R. Oldenbourg.
I. Lieferung (mit einer Beschreibung der Anstalt und ihrer Einrichtungen und einer Einführung in die Lehre vom Luftwiderstand). IV u. 140 S. m. 91 Abbildungen u. 2 Tafeln. 2. Auflage. 1923. G.-M. 7.—.
II. Lieferung. IV u. 80 S., m. 101 Abbildungen. 1923. G.-M. 6.—.

Die in 2. Auflage vorliegende I. Lieferung stellt bis auf ausgemerzte Druckfehler und eine Verbesserung in den Abbildungen einen unveränderten Abdruck der im Jahr 1921 erschienenen 1. Auflage dar. Da diese in dieser Zeitschrift noch nicht besprochen und auch heute beileibe noch nicht veraltet ist, sollen beide Lieferungen zusammen besprochen werden.

Die „Ergebnisse" sind gedacht als ein in zwangloser Folge herauszugebendes Werk von Einzelheften, in denen die wichtigsten Arbeitsfrüchte der Göttinger Anstalt der Fachwelt in bequemer Weise zugänglich gemacht werden sollen. Daß damit einem wirklichen Bedürfnis entsprochen wird, beweist die Tatsache, daß die I. Lieferung, deren Erscheinen nur durch Spenden ermöglicht wurde, nach jetzt $2^1/_2$ Jahren bereits in 2. Auflage erschienen ist.

Was auch für den an der technischen Materie nicht unmittelbar interessierten Physiker die „Ergebnisse" besonders anziehend gestaltet, ist die Tatsache, daß in ihnen nicht etwa nur eine trockene Aneinanderreihung von Widerstandsmessungen und dergleichen zu finden ist, sondern daß die Untersuchungen durchweg getragen sind von streng physikalisch-wissenschaftlichem Geist, ein großer Teil nicht allein auf unmittelbare technische Auswirkung zugeschnitten, vielmehr auch der experimentellen Prüfung der neueren Hydro- und Aërodynamik gewidmet ist, die in dem Leiter der Versuchsanstalt einen ihrer bedeutendsten Vertreter besitzt.

Aus dessen Feder findet sich in jedem Heft ein zur Einführung des Fernerstehenden sehr gut geeigneter Abschnitt: Im ersten eine „Einführung in die Lehre vom Luftwiderstand", die insbesondere auch das Ähnlichkeitsgesetz behandelt und einen Abriß der Prandtlschen Tragflügeltheorie bringt. Die II. Lieferung enthält deren Fortführung in dem Abschnitt „Der induzierte Widerstand von Mehrdeckern", was deswegen besonders zu begrüßen ist, weil die Originalveröffentlichung vergriffen ist. Es ist erstaunlich, wie vorzüglich ein Ergebnis der Theorie, die sogenannten Umrechnungsformeln, durch die in der I. Lieferung mitgeteilten Versuchsergebnisse bestätigt werden. Die Theorie gestattet nämlich, die bei einem bestimmten Seitenverhältnis eines Tragflügels gemessenen Luftkräfte für ein beliebiges anderes Seitenverhältnis auf rechnerischem Wege zu ermitteln. Entsprechend gestattet die Theorie des Mehrdeckers (II. Lieferung), aus der Messung eines einfachen Flügels die Luftkräfte auf einen Doppeldecker rechnerisch zu bestimmen. Auch hier zeigen die Messungen in großem Bereich eine vorzügliche Übereinstimmung mit der Theorie.

Es würde zu weit führen, auch nur die hauptsächlichsten Ergebnisse hier weiter zu charakterisieren. Als von allgemeinstem physikalischem Interesse seien nur noch folgende Untersuchungen herausgehoben: Versuche über den Widerstand von Zylindern, Kugeln, Ellipsoiden, Scheiben und anderen Körpern (teilweise den Lesern dieser Zeitschrift aus den Veröffentlichungen von Wieselsberger bekannt), dann die Aufnahmen der Ausbreitung eines freien Strahles mit einem selbstaufzeichnenden Druckschreiber und ebenso die der Geschwindigkeits- und Druckverteilung hinter Widerstandskörpern, schließlich sehr schöne Strömungsaufnahmen, die den Wirbelzopf an den Flügelenden deutlich sichtbar machen. Zu erwähnen ist schließlich noch all das Interessante, was in der Beschreibung der Anstalt und ihrer Versuchseinrichtungen über die peinliche, vielfach geradezu raffinierte Versuchstechnik dieser Anstalt, auf die wir Deutsche wahrhaft stolz sein können, berichtet wird. Den „Ergebnissen" aber können wir nur wünschen: „Vivant sequentes!"
L. Schiller.

A. Haas, Einführung in die theoretische Physik. I. Bd. 3. u. 4. Auflage. 8°. X u. 307 S. Mit 58 Abb. im Text. Berlin u. Leipzig, W. de Gruyter & Co. 1923. G.-M. 7.50, geb. G.-M. 9.20.

Der Verfasser hat sein Werk einer verbessernden Neubearbeitung unterzogen. Dem I. Bd. sind jetzt nur die Probleme zugewiesen worden, die sich ohne atomistische Hypothesen behandeln lassen. Die rein historischen Betrachtungen sind im Interesse einer didaktisch besseren Deduktion — namentlich zu Eingang — verschwunden und beschränken sich auf kurze Notizen im Text. Viele, der Tendenz des Buches wegen sicher notwendige, mathematische Überlegungen, die die physikalischen Gedankengänge z. T. ein wenig langatmig

machten, werden in besonderen Abschnitten durchgeführt. So findet man Kapitel über Vektoralgebra, die allgemeine Theorie der Vektorfelder und Potentialtheorie. Der Verfasser vermag daher auch die vorhandenen Analogien besser auszunützen und gewinnt Raum für die Behandlung bisher vernachlässigter Fragen, ohne damit den Umfang des Buches ändern zu müssen.

Es konnten Paragraphen über die Wurfbewegung, das mathematische und physische Pendel — Dinge, die für die Festigung der Grundbegriffe der Mechanik beim Anfänger notwendig sind —, ferner ein der Veranschaulichung der Coriolis-Kraft dienender Absatz über die Bewegungsvorgänge auf der rotierenden Erdkugel aufgenommen werden.

Das Kapitel über die Prinzipe der Dynamik ist stofflich unverändert. Man vermißt eine Anwendung auf irgendein dem gewünschten Leserkreis naheliegendes Problem, etwa den Kreisel, was gleichzeitig den Vorteil der Bereicherung des mit dem alleinigen Beispiel des physischen Pendels ein wenig zu kurz gekommenen Abschnittes über die Mechanik des starren Körpers haben würde. Die Mechanik deformierbarer Körper hat eine Erweiterung erfahren durch Absätze über die Deformation elastischer Medien und die elastischen Wellen.

Die Kapitel über Elektrizitätslehre und Optik sind insofern verändert, als in ihnen jetzt auf Grund der oben erwähnten Neuverteilung des Stoffes auf die beiden Bände des Werkes die Behandlung der Elektronentheorie, der elektrischen Theorie der Materie, der Kristallstruktur usw. fehlt. Hinzugetreten sind dafür erfreulicherweise Betrachtungen über Selbstinduktion, Schwingungen in Leiterkreisen, Lichtintensität und ultrarote und ultraviolette Strahlen.

Die sich konsequent der anschaulichen Vektorschreibweise bedienende Darstellung ist knapp, klar und elegant. Der Gesamteindruck des Buches wie bei den ersten Auflagen: es verrät auf Schritt und Tritt die Liebe und das Geschick des Lehrers.

H. Kornfeld.

K. **Hahn, Mathematische Physik.** Ausgewählte Abschnitte und Aufgaben aus der theoretischen Physik. Für höhere Lehranstalten und Fachschulen und zum Selbstunterricht für Studierende. gr. 8°. IV u. 163 S. m. 46 Figuren. Leipzig, B. G. Teubner, 1924. G.-M. 5.40.

Es ist wohl möglich, das eine oder andere Problem der mathematischen Physik schon an der Mittelschule zu behandeln; nicht die populäre Darstellung eines modernen Problems, sondern nur die mathematische Betrachtung kann zu wissenschaftlicher Denk- und Arbeitsweise erziehen. Von diesem Gesichtspunkt aus hat der als Mitarbeiter und Nachfolger Grimsehls bekannte Verfasser einige Probleme aus Mechanik, statistischer Mechanik und Wärmelehre, Elektrizitätslehre, Potential- und Relativitätstheorie in dem vorliegenden Buche eine schulmäßige Behandlung finden lassen. Etwa 130 Übungsaufgaben wurden eingefügt. Die Darstellung ist zwar knapp, aber durchaus korrekt und anschaulich, sodaß das Buch zur ersten Einführung in die mathematische Physik empfohlen werden kann.

Sieger.

Robert Henseling, Astronomie für Alle. gr. 4°. 80 S. Mit 9 Tafeln. Stuttgart, Franckhsche Verlagshandlung. 1923.

Der vorliegende erste Teil dieses Werkes, welches im ganzen auf sechs Abteilungen berechnet ist, enthält unter dem Spezialtitel: Sternhimmel und Menschheit, zwei Kapitel, die sich mit der Entstehung des astronomischen Weltbildes und der Anleitung zu einfachen Himmelsbeobachtungen beschäftigen.

Wenn es auch schon eine recht erhebliche Zahl von Werken zur allgemeineren Verbreitung astronomischer Kenntnisse gibt, so dürfte das hier in seinem ersten Teile vorliegende doch in mancher Beziehung eigenartig werden, da der Verfasser gewissermaßen sowohl historische, theoretische und praktische Astronomie zusammenfassend zu behandeln gedenkt.

Durch viele recht gut gewählte Abbildungen gibt der erste Teil allgemeinverständliche Hinweise auf das Werden der Begriffe von Erde und Weltall, wie sie sich im Laufe der Zeit und bei den verschiedenen Völkern herausgebildet haben. Mit mannigfacher Anlehnung an die Abhandlung von Boll in der „Kultur der Gegenwart", werden diese Dinge hier auch durch die Beibringung von Darstellungen, die diese Begriffe erläutern und die dort nicht eingeschaltet werden konnten, vorgetragen. Dabei mußte natürlich auch der Astrologie, gewissermaßen der Mutterwissenschaft der heutigen Astronomie, geziemend gedacht und ihre Verdienste richtig eingeschätzt werden. —

Das zweite Kapitel ist für den Liebhaber der Astronomie, der auch seinerseits durch beobachtende Tätigkeit entweder sich selbst oder sogar die Wissenschaft innerhalb der ihm gesteckten Grenzen fördern will, von erheblichem Wert; denn hier bringt der Verfasser alle möglichen Anleitungen und Beobachtungsmethoden zur Sprache und erläutert dieselben durch einfachste Skizzen, deren Ausnutzung brauchbare Resultate liefern und immer neues Interesse an dem Verlauf der Geschehnisse am gestirnten Himmel zu erwecken vermag. — So darf man nach dem im vorliegenden ersten Teile Gebotenen auch Gutes von den späteren Heften erwarten, und das Werk kann nicht nur den gebildeten Laien, sondern auch solchen Naturwissenschaftlern empfohlen werden, deren Hauptgebiet dem der Astronomie nur verwandt ist.

Ambronn.

A. Fraenkel, Einleitung in die Mengenlehre. Zweite erweiterte Auflage. (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen. IX.) 8°. 251 S. m. 13 Textfiguren. Berlin, Julius Springer. 1923. G.-M. 10.80, geb. G.-M. 12.30.

Die zweite Auflage bringt gegenüber der im Bd. 21 (1920) S. 416 besprochenen wertvolle Ergänzungen und Erweiterungen. Einzelne schwierigere Beweise, die in der ersten Auflage unterdrückt oder nur skizziert waren, sind jetzt durchgeführt. Vor allem aber sind die für die Philosophie und die Mathematik in gleicher Weise wichtigen prinzipiellen Fragen über die Grundlegung der Mengenlehre ausführlicher behandelt, entsprechend dem allgemeinen Interesse, das diese Probleme gerade jetzt finden. Es ist nämlich zurzeit ein heftiger Kampf um die Grundlagen der Mathematik entbrannt. Auf der einen Seite greifen die Intuitionisten, geführt von Brouwer, die allgemeinen Grundlagen in einer Weise an, daß, wenn diese Richtung siegen würde, die Mathematik in einen Trümmerhaufen verwandelt würde; auf der anderen Seite gründet Hilbert als Schutz-

wall gegen derartige „Putsche" die „Metamathematik", welche die Mathematik auf feste Grundlagen stellen soll. An Stelle der zersetzenden Kritik setzt Hilbert die schaffende Tat. Über alle diese Dinge berichtet Fraenkel in faßlicher, vielleicht nur allzu objektiver Weise, dem Leser und noch mehr der wissenschaftlichen Weiterentwicklung die letzte Entscheidung überlassend.
Hilb.

P. Walden, Elektrochemie nichtwäßriger Lösungen. (Handbuch der angewandten physikalischen Chemie, herausgegeben von G. Bredig. 8°. Bd. XIII.) Leipzig, Johann Ambrosius Barth. 1924. G.-M. 24.—, geb. G.-M. 28.—.

Wenn der um das Gebiet der Lösungen so sehr verdiente Verfasser im Vorwort meint, eine Lücke in der Literatur mit diesem Buche auszufüllen, so kann man ihm darin nicht nur beipflichten, sondern dies dahin ergänzen, daß damit eine besonders empfindliche Lücke geschlossen wurde. Der geschilderte Tatsachenbereich ist einerseits von ungewöhnlicher Ausdehnung, andrerseits von beträchtlichem theoretischem Interesse und wohl nur ein seit Jahrzehnten in vorderster Linie mitarbeitender Forscher konnte mit Erfolg die Aufgabe angreifen, einen übersichtlichen und, was die Literaturangaben betrifft, vollständigen Überblick hierüber zu liefern. In erster Linie bedeutet der Band eine mit großer Zuverlässigkeit ausgeführte Sammlung von Material, das großenteils hier zum ersten Male einem systematischen Vergleich unterzogen werden kann. Dann enthält es wichtige kritische Bemerkungen über das Versuchsmaterial, während die theoretischen Arbeiten mehr referierend wiedergegeben sind. —

Im einleitenden und historischen Kap. I findet man den Eindruck bestätigt, daß die Sonderstellung des Wassers als Lösungsmittel für die allgemeine Elektrochemie zwar dadurch unersetzlich gewesen ist, daß an wäßrigen Lösungen eine vielseitige Versuchsmethodik in glücklichster Weise ausgebildet werden konnte; doch mußte dies notwendigerweise zu einer gewissen Einseitigkeit des Bildes führen. Erst die Übertragung und geeignete Erweiterung der Methodik auf möglichst viele andere Lösungsmittel kann diese Einseitigkeit aufheben. Hieraus fließen eine große Reihe einzelner experimenteller Aufgaben, von denen viele noch der Lösung harren. — Kap. II bis einschl. Kap. VIII behandeln die Leitfähigkeit nichtwäßriger Lösungen. Der Übersicht über die Eigenleitfähigkeit reiner Flüssigkeiten (Kap. II) folgt eine, in Tafeln angeordnete, über die Leitfähigkeiten von Lösungen (Kap. III). Nach der eingehenden Erörterung wichtiger Fragen (Ermittlung von λ_∞ usw.) im Kap. IV, werden die Einflüsse äußerer Faktoren, wie Temperatur, Zähigkeit besprochen (Kap. V). Die einfachsten Zusammenhänge ergeben sich für die Lösungen von Salzen; das Verdienst ein in vielen Mitteln genügend lösliches Salz für solche Vergleiche gefunden und planmäßig bearbeitet zu haben, gebührt bekanntlich dem Verf. Kap. VI handelt über die Ionenbeweglichkeiten, Kap. VII über Anwendungen und abnorme Erscheinungen, Kap. VIII vergleicht mit den Ergebnissen der Leitfähigkeitsmessungen die der Molekulargewichtsbestimmungen. — Die letzten Kap. behandeln gewisse physikalische Eigenschaften nichtwäßriger Elektrolytlösungen (Elektrostriktion, Brechungsvermögen, Lichtabsorption, Diffusion), die Frage der Potentiale und der Elektrolyse (Kap. IX); die Berechnung von Dissoziationskonstanten (Kap. X); den Ablauf chemischer Reaktionen (Kap. XI). Schließlich folgt in Kap. XII eine dankenswerte Zusammenstellung der Löslichkeiten von Elektrolyten in den vielen untersuchten Lösungsmitteln. —

Die fast verwirrende Fülle an Material wird im wesentlichen unter die Gesichtspunkte der Arrheniusschen Dissoziationstheorie zu bringen gesucht. Man kann sicher sagen, das dieser Rahmen zu eng erscheint und daß sich eine Reihe von Tatsachen ihr nur mit großen Zwang einfügen lassen; ebenso aber auch, daß eine Reihe von verschiedenen Erweiterungen der theoretischen Ansichten nötig sein wird. Ein Gesichtspunkt, der zur Klärung eines Teils der Schwierigkeiten wesentlich beitragen kann, ist zweifellos die Berücksichtigung der elektrostatischen Kräfte zwischen den Ionen. Seine folgerichtige Anwendung wird dann erkennen lassen, wo die nächsten lohnenden Aufgaben liegen. Bei allen Arbeiten über diese Probleme, die in naher Beziehung zu den modernen atomistischen Anschauungen stehen, wird Waldens Werk die unentbehrliche Tatsachensammlung darstellen, deren Zugänglichkeit durch das sorgfältige Register in hohem Maße erleichtert ist.

Die Ausstattung und der Druck verdienen durchaus Anerkennung.
L. Ebert.

G. Tammann, Lehrbuch der heterogenen Gleichgewichte. 8°. XII u. 358 S. Mit 336 Abbildungen. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn, A.-G. 1924. Geh. G.-M. 15.—, geb. G.-M. 17.—.

Die Lehre von den heterogenen Gleichgewichten ist die Grundlage einer Reihe von Gebieten, die neuerdings allgemein und auch speziell für den Physiker an Interesse gewonnen haben: Metallographie, Kenntnis der Mischkristalle u. a. Sind als theoretische Grundlagen im allgemeinen zwar eine erstaunlich geringe Zahl thermodynamischer Sätze ausreichend, so zeigt sich doch neuerdings die Notwendigkeit, auch hier gelegentlich atomistische Vorstellungen zur einfachen Deutung der Vorgänge heranzuziehen, wofür die schönen Untersuchungen des Verf. über die Einwirkung von angreifenden Reagenzien bei Mischkristallen ein sprechendes Beispiel sind. Verf. hat ein einführendes Lehrbuch in das große und weitverzweigte Gebiet geschrieben; in knapper Darstellung, versehen mit sehr zahlreichen Abbildungen (Zustandsdiagrammen) kann es seinem Zweck in ausgezeichneter Weise gerecht werden, wenn auch das Streben nach systematischer Vollständigkeit für den Anfänger das Studium in mancher Beziehung erschweren kann. Den Hauptzweck: ein Zustandsdiagramm lesen und aufstellen zu lernen, wird ein selbständiger Leser wohl nirgends anders in so vielseitiger und vollständiger Weise erreichen können als durch das Studium der in diesem Buch zusammengefaßten Kenntnis über die Systeme, die ein, zwei, drei oder vier verschiedene unabhängige Bestandteile enthalten. Die Darstellung geht überall von der Erfahrung aus und enthält in den ersten vier Teilen nur die an den einzelnen Stellen nötigen thermodynamischen Sätze. Zum Schlusse faßt Verf. aber das thermodynamische Material noch einmal systematisch zusammen.

Der vielseitige Inhalt kann hier nicht kurz wiedergegeben werden; leider fehlt ein alphabetisches Register, das bei der Fülle der experimentellen Tatsachen recht erwünscht wäre und das keinen vollgültigen Ersatz auch in einem sehr breiten systematischen Inhaltsverzeichnis finden kann.

Das Buch ist das einzige Lehrbuch dieses Gebietes und muß schon deshalb lebhaft begrüßt werden; zudem ist es von einem der besten Kenner geschrieben und zeigt alle Vorzüge, die man von seinem Autor erwarten darf. Für eine wirklich gründliche und tiefer-

dringende Kenntnis der vielen Fragen, die darin behandelt werden, stellt es eine vorzügliche Einführung dar. L. Ebert.

Fritz Emde, Sinusrelief und Tangensrelief in der Elektrotechnik. (Sammlung Vieweg, Heft 69.) 108 Seiten u. 18 Bilder. Braunschweig, Friedrich Vieweg & Sohn, 1924. Geheftet G.-M. 4.50.

In vorliegendem Bändchen der Sammlung Vieweg hat Emde ein wertvolles mathematisches Hilfsmittel für Wechselströmungsprobleme zum praktischen Gebrauch ausgebaut. Die Vorzüge der Verwendung von komplexen Größen zur gleichzeitigen Darstellung von Amplitude und Phase bei sinusförmigen Wechselgrößen und die dadurch ermöglichte geometrische Veranschaulichung bei quasistationären Wechselflüssen ist bekannt. Mit Hilfe des Sinusreliefs und des Tangensreliefs lassen sich auch nicht quasistationäre Strömungen mit einem Blick übersehen.

In den beiden ersten Abschnitten gibt Emde die mathematischen Unterlagen, darunter auch die Verfahren zur numerischen Berechnung. Beim Sinusrelief und Tangensrelief sind über den Punkten der komplexen Ebene die absoluten Beträge der Funktion $\sin z$ bzw. $\operatorname{tg} z$ als Lote aufgetragen. Die Höhenlinien dieser Flächen stellen somit Kurven gleichen absoluten Betrags dar, während sich die Fallinien als Kurven gleicher Winkel(Phasen-)verdrehung erweisen. Der dritte Abschnitt bringt die Anwendung des Verfahrens auf die Fernleitung von Wechselströmen. Eine Wechselstromleitung bildet sich in dem auf die komplexe Ebene projizierten Kurvennetz der Höhen- und Fallinien unverzerrt ab als Abschnitt einer im allgemeinen schräg liegenden Geraden. Das Kurvennetz bildet dann an der abbildenden Strecke eine Skala für die gesuchte Ortsfunktion, hier z. B. für Stromstärke und Spannung. Es lassen sich damit unter anderem die Bedingungen für maximale Leistung und maximalen Wirkungsgrad einer Wechselstromleitung sofort übersehen. An zwei weitgehend durchgeführten Zahlenbeispielen, einer Drehstromleitung von 1000 km Länge für 100000 kW bei 200 kV und eines Drehstromkabels von 200 km Länge für 10 kV zeigt Emde die praktische Anwendung. In einem vierten Abschnitt wendet Emde die Methode auf die Stromverdrängung in Ankerleitern und auf die Verteilung der magnetischen Induktion in Dynamoankern an. In einem letzten Abschnitt wird auf das Verhältnis der komplexen Rechnung zur Vektorrechnung eingegangen.

Wie Emde selbst erwähnt, wird das Verfahren noch bei zahlreichen anderen Problemen, die zu denselben Funktionen führen, von Nutzen sein. Das Bändchen wird daher nicht allein für den praktischen und theoretischen Elektrotechniker, sondern auch für den Physiker und angewandten Mathematiker wertvoll sein. E. Mauz.

Wavelength Tables for Spectrum Analysis. Compiled by F. Twyman, F. Inst. P. 116 S. (Published by Adam Hilger, Ltd. London NW 1.) 1923. Preis 7 s. 6 d.

Seite 1—7 bringen die Definition der „Rowland“- und der „Internationalen“ Skala der Wellenlängen, die Reduktion der Systeme aufeinander sowie der gemessenen Wellenlängen auf das Vakuum; anschließend 2 Tabellen zum sofortigen Ablesen der Korrektion mit hinreichender Genauigkeit. S. 8—20 enthalten die Definition der „Wellenlängenstandards“ und der „sekundären“ und „tertiären“ Einheiten, die hierzu von den verschiedenen internationalen Tagungen gefaßten Beschlüsse nebst ihren Begründungen (letztmalig „International Astronomical Union“, Mai 1922 in Rom), ferner Tabellen der sekundären und tertiären Standardlinien zwischen λ 3370 und 6750 A. (Eisen), die als Standardlinien empfohlenen Neonlinien und eine Zusammenstellung weiterer sehr sicher gemessener *Fe*-, *He*- und *Ne*-Linien zwischen 8495 und 2375 A., welche aber international noch nicht angenommen sind. Es folgen sodann (S. 21—88) die wichtigsten Ergebnisse der Untersuchungen von Hartley, Pollok u. Leonard und A. de Gramont über chemische Spektralanalyse aus Emissionsspektren mit Angaben in Tabellen über die Empfindlichkeit des Nachweises der einzelnen Elemente und die „empfindlichsten“, d. h. bei geringster Konzentration eben noch auftretenden Emissionslinien (de Gramonts „raies ultimes“). S. 89—97 gibt die Wellenlängen, welche bei der Bestimmung der Radialgeschwindigkeiten der Sterne Verwendung finden (nach J. S. Plaskett). Ein kurzer Anhang enthält Angaben über die Schaltung zur Erzielung kondensierter Funken.

Das Büchlein dürfte viele Angaben enthalten, welche für den von großem Wert sind, welcher praktische Spektroskopie treibt, ganz besonders zu qualitativen und halbquantitativen Analysenzwecken. Vor allem zeigt es dem Chemiker und Metallographen, daß die Spektralanalyse einer weit größeren Anwendung fähig ist als bisher vielfach angenommen wird. Der Vorteil, das hierzu vorliegende wertvolle Material übersichtlich und vollständig zusammengestellt zu haben und die Freude an der sehr schönen Ausstattung des Buches werden den Schmerz über den hohen Anschaffungspreis lindern. Dem Gebrauche des Buches wäre viel genützt, wenn ein kurzgefaßtes Kapitel über rein technische Fragen (z. B. Behandlung und Sensibilisierung der photographischen Platten. Ausmessung der Spektra), beigefügt würde.

W. Gerlach.

K. McKready, Sternbuch für Anfänger. Eine Anleitung zum Auffinden der Sterne und zum astronomischen Gebrauch des Opernglases, des Feldstechers und des Teleskops. Übersetzt von Dr. Max Iklé. 3., erweiterte Auflage, bearbeitet von Dr. J. Weber. gr. 8°. X u. 150 S., mit 78 Abbildungen u. 2 Tafeln. Leipzig, J. A. Barth. 1923. Geb. G.-M. 15.—.

Nach allgemeinen Bemerkungen über die bei den verschiedenen Himmelsobjekten anzustellenden Beobachtungen und der zweckmäßigsten Art der Benutzung von kleinen Instrumenten wird an Hand guter Teilkarten des Himmels eine ausführliche Anleitung zum Aufsuchen der Sternbilder und von interessanten einzelnen Himmelsobjekten gegeben. Das Auffinden der Planeten ist durch Tabellen erleichtert, die bis 1941 die Sternbilder angeben, in denen jene von Monat zu Monat stehen. J. Weber hat an verschiedenen Stellen eine kurze Zusammenfassung der neuen astrophysikalischen Forschungsergebnisse eingefügt, und dadurch das Buch über seinen ursprünglichen Zweck hinaus erweitert. Die Ausstattung des Buches ist hervorragend schön; es enthält eine Anzahl ausgezeichneter Reproduktionen von Himmelsaufnahmen der großen amerikanischen Sternwarten. Die beiden Sternkarten am Schluß könnten allerdings durch übersichtlichere ersetzt werden.

A. Kopff.

M. Born, Atomtheorie des festen Zustands (Dynamik der Kristallgitter). (Fortschritte der mathematischen Wissenschaften). Heft 4. 2. Aufl. 4°. VI u. S. 527—789. Mit Fig. Leipzig-Berlin, B. G. Teubner. 1923. G.-M. 3.70, geb. G.-M. 4.30.

Während die Atomtheorie des gasförmigen Zustands jedem Physiker in ihren Grundzügen geläufig ist, kann man dies nicht mit demselben Recht von der des festen Zustands sagen. Eine übersichtliche, dem neuesten Stand der Forschung entsprechende Darstellung dieses zum Teil recht spröden Stoffes ist daher ein dringendes Bedürfnis. Glücklicherweise besitzen wir nun eine solche aus der Feder des Meisters auf diesem Gebiet der Forschung. Die vollständig neu bearbeitete 2. Auflage der Bornschen Dynamik der Kristallgitter erscheint gleichzeitig als Artikel der Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften. Dementsprechend ist die mathematische Seite der Probleme stark betont und auf Strenge der Beweisführung Wert gelegt. Im Interesse der Verbreitung des Werks bei den Experimentalphysikern, denen dessen Studium dringend zu empfehlen ist, möchte man wünschen, daß daneben auch die Anschauung noch etwas mehr zur Geltung komme und insbesondere in dem grundlegenden 1. Kapitel durch reichliches Figurenmaterial unterstützt werde.

Im 1. Kapitel wird unter der allgemeinen Voraussetzung, daß zwischen den Gitterpunkten Zentralkräfte wirken, über deren Natur keine weiteren Annahmen gemacht werden, als daß sie Abstandsfunktionen sind, die Energie in der Gleichgewichtslage, d. h. bei Atomgittern die Sublimationswärme, berechnet. Die Änderung der Energie bei der Deformation des Gitters gibt die elastischen Eigenschaften, bei denen der Anschluß an die Kontinuumstheorie hergestellt wird. Unter der weiteren Annahme, daß jeder Elementarbereich Sitz eines elektrischen Ladungssystems ist, wird die Theorie der Piezoelektrizität und ihrer Umkehrung, der Elektrostriktion entwickelt. Mit einer Anwendung auf die regulären D-Gitter schließt das erste Kapitel. Im 2. Kapitel werden rasch wechselnde Deformationen behandelt, für die infolge der Trägheit der Gitterpunkte die statischen Ansätze nicht mehr angewandt werden können. Es werden die Eigenschwingungen des Gitters berechnet und ihr Zerfall in „optische" und „mechanische" gezeigt. Bei den ersteren nähert sich die Frequenz mit wachsender Wellenlänge einer endlichen Grenze, während sie bei den letzteren zu Null abnimmt. Der thermodynamisch wichtige Verteilungssatz für die Eigenschwingungen wird abgeleitet. Im 3. Kapitel wird die Optik in der Weise behandelt, daß die in der Maxwellschen Theorie für den Zustand der Materie maßgebende Größe, die Polarisation, aus den bisherigen Ansätzen abgeleitet wird. Der Fortschritt gegenüber der Kontinuumstheorie besteht in der Erklärung der natürlichen optischen Aktivität ohne besondere Hilfsannahmen und der Herstellung von Beziehungen zwischen den optischen Parametern und andern physikalischen Eigenschaften. Das 4. Kapitel ist der Thermodynamik gewidmet. Nach einer Einleitung über die klassische Theorie der spezifischen Wärme werden die quantentheoretischen Prinzipien auf diese Fragen angewandt, und ebenso die Zustandsgleichung des festen Körpers behandelt. Nach Aufstellung eines Ausdrucks für die freie Energie wird die Theorie der thermischen Ausdehnung, der Pyroelektrizität und ihrer Umkehreffekte gegeben. Nach Erläuterung der abgeleiteten Beziehungen an den zentrischen D-Gittern schließt das Kapitel mit einem Überblick über die Theorien des Verdampfungs- und Schmelzvorgangs. Im 5. Kapitel wird auf das Wesen der Zentralkräfte zwischen den Gitterpunkten eingegangen. Entsprechend unserer heutigen Kenntnis vom Aufbau der Materie sind sie rein elektrischer Natur. Bei den Ionengittern, die zunächst behandelt werden, hat man die mit r^{-1} abnehmende Anziehung der entgegengesetzt geladenen Ionen und die infolge hoher Symmetrie mit einer hohen negativen Potenz von r abnehmende Abstoßungskraft ihrer Elektronenhüllen. Mit diesen Annahmen wird eine absolute Berechnung der optischen Parameter, wie z. B. der Wellenlänge der Reststrahlen ermöglicht. An Hand des Bornschen Kreisprozesses wird die Berechnung der Elektronenaffinität aus der Energie von Ionengittern gezeigt. Die bisher abgeleiteten elektrostatischen Gitterpotentiale gelten nur für langsam veränderliche Vorgänge. Für schnelle Schwingungen kommt dagegen die endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektromagnetischen Störung ins Spiel. Mit den in diesem Fall geltenden, hauptsächlich von Ewald entwickelten Theorien schließt das inhaltsreiche Werk. Joos.

Tagesereignisse.

Die Hauptversammlung des Vereins deutscher Ingenieure in Hannover faßte am 1. Juni 1924 folgende wichtige **Entschließung zur Neuordnung des preußischen höheren Schulwesens.**

Gegen die überstürzte und ohne Anhören der einschlägigen Berufskreise erfolgte Einführung der Neuordnung des preußischen höheren Schulwesens wird nachdrücklich Einspruch erhoben.

Es steht zu befürchten, daß die getroffenen Änderungen in dem höheren Schulwesen für viele zu einer Verlängerung des Studiums führen werden.

Die scharfe Differenzierung der Bildungsziele für die einzelnen Schularten, wie sie in der Denkschrift des Preußischen Ministeriums für Wissenschaft, Kunst und Volksbildung zum Ausdruck gelangt, wird dazu führen, daß die Absolventen der höheren Schulen für das spätere Leben einseitig eingestellt und untereinander bildungsfremd werden. Hierdurch wird dem Kastengeist neue Nahrung zugeführt.

Bei der ungemein weitreichenden Bedeutung dieser Fragen muß mit aller Entschiedenheit vor endgültiger Durchführung eine eingehende Beratung unter Zuziehung von Sachverständigen aus den verschiedenen Berufskreisen gefordert werden.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Bonn Dr. H. Rheinboldt für Chemie, an der Technischen Hochschule Stuttgart Dr. E. Fues für Theoretische Physik.

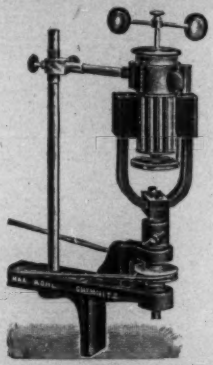
Ernannt: Der Privatdozent an der Universität Leipzig Dr. Ludwig Neder zum außerplanmäßigen a. o. Professor der Mathematik ebenda, der Privatdozent für Astronomie an der Universität München Dr. Hans Kienle zum a. o. Professor an der Universität Göttingen.

In den Ruhestand: Der ord. Professor der Astronomie an der Universität Bonn und Direktor der Sternwarte daselbst Geh. Regierungsrat Dr. Karl Friedrich Küstner, der ord. Professor der Mathematik an der Universität Königsberg Geh. Regierungsrat Dr. Franz Meyer, der ord. Professor für angewandte Mathematik an der Universität Göttingen Geh. Regierungsrat Dr. Karl Runge.

Gestorben: Der frühere ord. Professor der Physik und Meteorologie an der Technischen Hochschule Stuttgart Dr. Karl Richard v. Koch.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Max Kohl A.G. Chemnitz



32 068. Modell eines Kurzschlussankers nach Friedr. E. G. Müller, für die Schwungmaschine.

Physikalische Apparate

Funken-Induktoren

Ölluftpumpen

Experimentier-Schalttafeln

Projektions-Apparate

Laboratorienmöbel

In gediegener Ausführung.

Weltausstellung Brüssel: 4 Grosse Preise; Turin: 2 Grosse Preise; Dresden: Grosser Preis.

PHYWE-Gleitwiderstände

Absolut zuverlässig

Denkbar einfach — Unerreicht billig

Verlangen Sie Liste PZW.

Physikalische Werkstätten A.-G.

Göttingen

G. E. Stechert & Co. in Leipzig, Hospitalstr. 10

kaufen stets gegen Bezahlung in **Dollars**

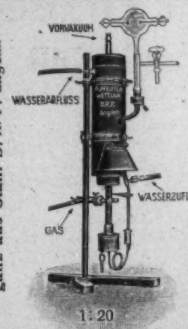
Wissenschaftliche Zeitschriften in vollständigen Reihen

z. B.

Annalen der Physik — Annalen der Chemie — Mathematische Annalen — Journal für praktische Chemie — Monatshefte für Chemie — Physikalische Zeitschrift — Zeitschrift für physikalische Chemie — Meteorologische Zeitschrift — Zeitschrift für Mathematik usw.

Angebote mit Preisangabe erbeten.

Pfeiffer's

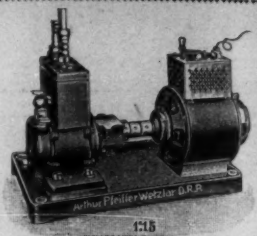


1:20

Quecksilber-Dampfstrahlpumpe
ganz aus Stahl D. R. P. angem.

15 Liter bis zum Aussetzen jeder Entladung in 10 Sek. vom Vorvakuum ab.
Listen von Abt. H anfordern.

Vgl. Techn. Physik, 1922, Heft 12. Phys. Zschr., 1922, pag. 463.



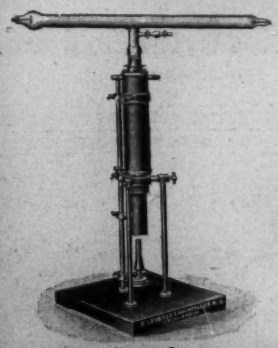
1:15

Rot. Kammer-Öl-Luftpumpe D. R. P.

Hochvakuum-Pumpen, Vakua bis $^1/_{1\,000\,000}$ mm Hg.
Saugleistung bis 50 cbm per Stunde
Photometer aller Systeme
Öl-Prüfapparate, Schnellviskosimeter usw.
Funken-Induktoren bis 1000 mm Funkenlänge
Doppel-Pendelgleichrichter
Oscillographen

Arthur Pfeiffer
Wetzlar 8
Telegr. Vakupfeif. — Tel. 85 u. 86.

Neue Hochvakuum-Diffusions-Pumpe aus Metall
nach Prof. Gaede
D.R.P. und Auslandspatente angemeldet



$^1/_{2,5}$ nat. Gr.

Saugleistung: 15 Liter per Sek.
Vorvakuum: 20 mm
„Vergl. Zeitschrift für Technische Physik, Jahrg. 1923, Nr. 10"

Alleinige Hersteller

E. Leybold's Nachfolger A.-G.
Köln a/Rhein, Brüderstr. 7

Sonderliste auf Wunsch

Für den Anzeigenteil verantwortlich S. Hirzel in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.